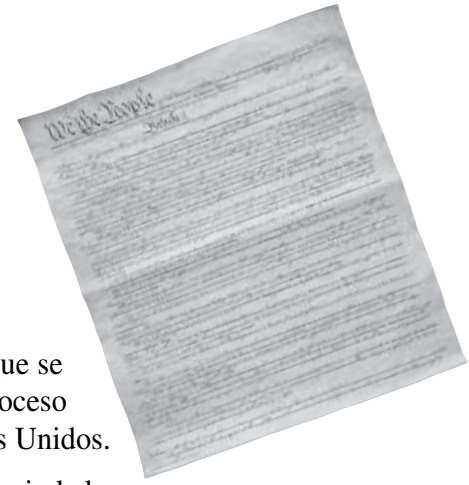
CAPÍTULO 10

Usa datos para hacer modelos



Censo con sentido La constitución de los Estados Unidos exige que se efectúe de un censo demográfico cada 10 años. Este complicado proceso requiere contar a todos y cada uno de los ciudadanos de los Estados Unidos.

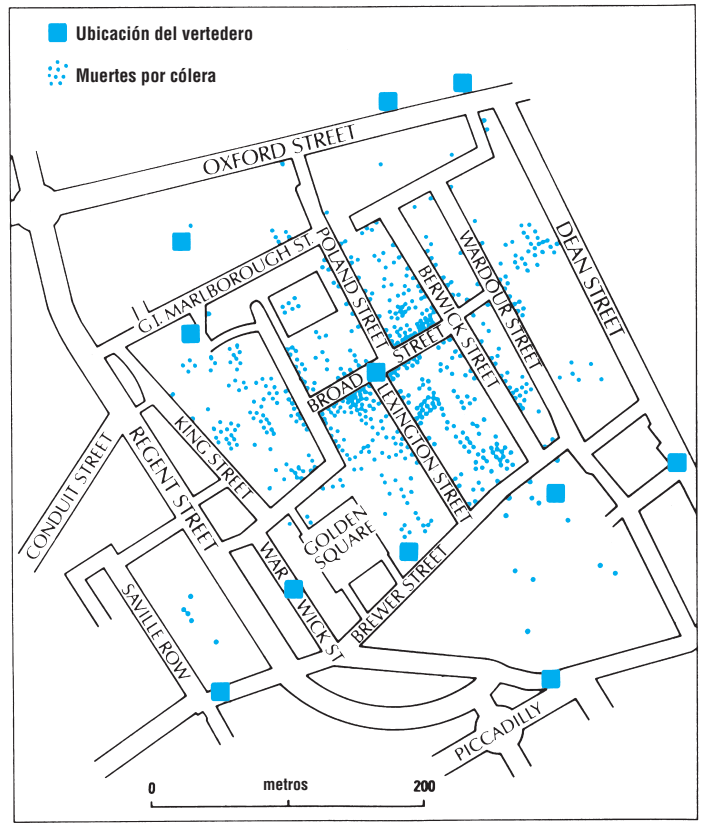
Como parte del censo, se recopila información detallada sobre cada ciudadano, y luego se analiza. Por ejemplo, se recoge información sobre edad, raza, religión y nivel de educación. El análisis de estos datos permite hacer generalizaciones y sacar conclusiones sobre la población de los Estados Unidos.

Piensa al respecto ¿Qué te gustaría saber sobre la población de los Estados Unidos? Escribe las preguntas y luego busca las respuestas en un almanaque, en Internet o en alguna otra fuente de información.

Carta a la familia

Estimados alumno(a) y familiares:

A lo largo de este año, hemos visto la utilidad de las matemáticas en diversas situaciones. En este capítulo, estudiaremos en mayor detalle cómo analizar datos, incluyendo datos de situaciones reales. Usaremos tablas para organizar los datos, buscaremos la existencia de tendencias en los datos y obtendremos conclusiones. Usaremos también métodos gráficos, incluyendo un mapa que describe un brote epidémico de cólera en Londres, a partir del cual obtendremos evidencias para determinar la fuente de origen de la epidemia.



Derechos de impresión 1991 National Geographic Society Publications Art

En la segunda mitad del capítulo vamos a usar *modelos matemáticos*. Por ejemplo, usaremos ecuaciones para modelar el crecimiento demográfico y hacer predicciones. También vamos a analizar las cuentas de un negocio usando tablas y vamos a usar un modelo de crecimiento demográfico para explorar cómo puede cambiar el número de personas zurdas, de una generación a la siguiente.

¿Qué pueden hacer en el hogar?

Le pueden preguntar a su hijo(a) acerca del brote epidémico de cólera en Londres o sobre cualquiera otra situación que esté analizando en clase. Juntos, pueden analizar información publicada en los periódicos y buscar patrones en esos datos. ¿Revelan algún patrón los datos que muestra el mapa con las temperaturas?

10.1 Patrones de datos en tablas y gráficas

Datos de interés

Si tienes acceso a Internet, podrías estar interesado(a) en *fedstats.gov*, donde puedes encontrar algunos de los datos que el gobierno de Estados Unidos ha recopilado.

Los tiempos en los que vivimos se han llamado la *era de la información* porque la cantidad de información disponible está aumentando más rápido que nunca. A través de Internet, puedes encontrar una enorme cantidad de datos en casi cualquier tema que puedas imaginar, en cuestión de minutos.

Sin embargo, tener datos solamente no te ayudará mucho si no puedes interpretarlos. Al organizar y analizar los datos, puedes en ocasiones descubrir tendencias y conexiones que te ayudarán a entender mejor la información.

Piensa & comenta

¿Qué tipo de datos crees que tu escuela tenga acerca de ti? ¿Cómo podría la escuela usar estos datos?

En clase de matemáticas, con frecuencia has reunido datos y obtenido conclusiones de ellos. Considera algunas investigaciones en este año en las que hayas reunido datos numéricos y luego hayas formulado una conjetura. ¿Cómo usaste las matemáticas para que los datos obtenidos tuvieran sentido?

Investigación 1 Analiza datos usando tablas

Las escuelas con frecuencia reúnen datos acerca de las calificaciones de exámenes de grupos de alumnos y los usan para evaluar el desempeño de los alumnos y de las escuelas.

Una secundaria atrae a alumnos de dos pueblos pequeños, Northtown y Southtown, cada uno con una escuela secundaria. Al inicio del año escolar, los alumnos en la clase de álgebra toman un examen para determinar su nivel de preparación. Los resultados del examen previo de álgebra para las dos clases se muestran en la página opuesta.

La clasificación “S” en la columna “Pueblo” indica que el alumno proviene de Southtown, y “N” indica que el alumno es de Northtown. La letra “M” en la columna “Turno” representa la clase de álgebra matutina, y la letra “A” representa la clase vespertina.

Resultados del examen previo de álgebra

Alumno	Calificación	Pueblo	Turno
1	100	S	A
2	81	N	M
3	55	S	M
4	74	N	A
5	58	N	A
6	59	S	A
7	94	N	M
8	72	N	A
9	100	S	M
10	100	S	M
11	77	N	A
12	94	S	A
13	66	N	M
14	85	N	M
15	63	S	A
16	74	S	M
17	90	N	M
18	66	N	A
19	59	S	M
20	92	S	A
21	73	S	M
22	81	N	M

Alumno	Calificación	Pueblo	Turno
23	54	N	A
24	72	N	A
25	100	S	M
26	66	S	A
27	90	S	M
28	84	N	A
29	68	N	M
30	73	N	M
31	44	S	M
32	82	N	A
33	60	S	A
34	79	S	M
35	94	S	A
36	89	N	A
37	69	N	A
38	69	N	M
39	62	S	M
40	87	N	M
41	76	N	A
42	70	S	M
43	100	S	A
44	88	S	A

El vicerrector usó las calificaciones para comparar la preparación en matemáticas de los alumnos en los dos pueblos. Primero calculó la media en las calificaciones para todos los 44 alumnos. Después creó una tabla nueva que le ayudaría a comparar el desempeño de los alumnos en los dos pueblos.

Serie de problemas A

1. Diseña una tabla que podría ayudar al vicerrector a hacer una comparación de las calificaciones entre los dos pueblos.
2. Encuentra la media en las calificaciones del grupo total de 44 alumnos y la media en las calificaciones de los alumnos de cada pueblo. Compara estas estadísticas para los dos pueblos.
3. Encuentra la mediana de las calificaciones del grupo total de 44 alumnos y la mediana de las calificaciones de los alumnos de cada pueblo. Compara estas estadísticas para los dos pueblos.

4. Si suponemos que el examen da una indicación exacta de la preparación de cada alumno, considera lo que estas calificaciones pueden decir acerca de la preparación de los alumnos de los dos pueblos.

a. ¿Qué pueblo tiene un rango más amplio de calificaciones entre los alumnos?

b. ¿Tienen los pueblos el mismo número de alumnos por encima de la mediana total? Si no es así, ¿cuál tiene más alumnos por encima de la mediana?

c. Cinco alumnos obtuvieron 100 en el examen. ¿De qué pueblo proviene cada uno de estos alumnos sobresalientes?

d. ¿Qué pueblo tiene la calificación más baja en el examen? ¿Cuál es la diferencia en puntos entre las calificaciones más bajas para los dos pueblos?

e. Basándote en estos datos, ¿cuál de las dos escuelas secundarias crees que prepare mejor a sus alumnos? Explica tu razonamiento.

Serie de problemas B

Los mismos datos se usan con frecuencia para diferentes propósitos. El vicerrector estaba comparando el desempeño de los alumnos de los dos *pueblos*. El maestro de los dos turnos se preguntaba si es que alguno de los dos *turnos* estaba mejor preparado.

1. Construye una tabla para facilitar el análisis del maestro. Es decir, encuentra una manera de presentar los datos de forma que puedas diferenciar más fácilmente las calificaciones para ambos turnos, tanto el matutino como el vespertino.

2. ¿Crees que los datos apoyan la conclusión de que un turno está mejor preparado que el otro? Justifica tu respuesta. Considera la media, la mediana, la moda, el rango u otros factores.

Comparte & resume

En esta investigación, usaste una tabla de datos para crear dos tablas nuevas que te ayudarán a analizar la información de la tabla original.

1. Para cada nueva tabla, ¿cómo decidiste la manera de reorganizar la tabla original?

2. Considera la tabla en la página 603. Menciona una ventaja y una desventaja de presentar los datos en una sola tabla, en lugar de las dos tablas individuales que creaste en las Series de problemas A y B.

3. ¿Qué factores observaste para tratar de sacar conclusiones acerca de las diferencias entre los alumnos de los dos pueblos o de los dos turnos?

Investigación 2 Organiza datos

Lydia quiere que sus padres compren un auto nuevo. Cuando sus padres argumentaron que los autos nuevos eran caros, Lydia decidió tratar de convencerlos de que debían comprar un auto nuevo ahora (en lugar de esperar un año o dos hasta que ella esté lista para conducir y ¡sin duda alguna pedirá las llaves!).

Aunque ella hubiera preferido un auto deportivo, Lydia sabía que sus padres estarían más dispuestos a escuchar si les hablaba acerca de un modelo mediano como el que tenían actualmente. Ella reunió los datos que aparecen abajo acerca del precio base de su modelo de auto cada año.

Datos de interés

El *precio base* de un modelo particular de auto es el precio sin ninguna de las opciones extras, como un reproductor de cédes y ventanas matizadas.

Precio de un auto nuevo

Año	Precio
1985	$8,449
1987	10,598
1989	11,808
1991	12,698
1993	14,198

Año	Precio
1995	$15,775
1997	17,150
1999	18,922
2001	19,940
2003	21,319

Piensa & comenta

Describe la tendencia en los datos.

¿Qué podría causar el cambio de precio tal como sucede?

MATERIALES
calculadora graficadora

Serie de problemas C

Grafica los datos de la tabla de Lydia en tu calculadora. Te ayudará si consideras 1985 como el Año 1.

1. Usa tu gráfica para decidir si es que la relación entre el año y el precio parece ser lineal, cuadrática, exponencial o algún otro tipo de función. Si parece ser lineal, encuentra una ecuación para una línea que parezca adecuada para los datos.
2. Supón que el precio sigue aumentando en la misma forma. Usa tu ecuación para averiguar cuánto ahorrarían los padres de Lydia al comprar el modelo de este año en lugar de esperar dos años.

Datos de interés

Un odómetro mide la distancia que ha recorrido un vehículo.

Los padres de Lydia no están convencidos, así que Lydia decidió averiguar más información. Su padre llevó un registro mensual de las lecturas del odómetro y la cantidad de gasolina que compró para el auto familiar. Lydia estudió los registros, esperando que los datos podrían sugerir que el auto está usando tanta gasolina, que reemplazarlo con un modelo con mejor economía de combustible les ahorraría más dinero.

Ella preparó este registro por 12 meses, comenzando por la gasolina que se compró en junio de 2003. La segunda columna muestra la lectura del odómetro (redondeado a la milla más cercana) en el último día del mes. La tercera columna muestra los galones de gasolina que se compraron durante ese mes.

Mes	Lectura del odómetro (mi)	Gasolina comprada (gal)
May	119,982	
Jun	121,142	42.8
Jul	122,564	36.6
Ago	126,354	139.7
Sep	127,459	42.0
Oct	128,106	26.5
Nov	128,919	34.7
Dic	129,939	41.5
Ene	131,052	44.6
Feb	131,695	27.2
Mar	132,430	29.6
Abr	134,114	60.0
May	135,135	35.3

Serie de problemas D

1. ¿Cuántas millas recorrió el auto durante el año? ¿Cuál fue el número promedio de millas recorridas por mes?
2. La economía de combustible a menudo se mide en millas por galón. Calcula esta medida para julio y noviembre al decimal más cercano.
3. Construye una tabla que muestre las millas recorridas y la economía de combustible (en millas por galón) para cada mes.
4. ¿Cuál de los cuatro meses muestra la peor economía de combustible? Enuméralos en orden, empezando por el peor.

MATERIALES
calculadora graficadora

Serie de problemas E

Es normal preguntarse qué causó que la economía de combustible fuera mejor en algunos meses que en otros. Lydia sospecha que es algo relacionado con la temperatura; ella piensa que el auto rinde menos millas por galón en clima frío.

Para probar su teoría, investigó las temperaturas promedio en su ciudad para los meses en los que tenía los datos. De Internet obtuvo el promedio de la media diaria de temperaturas, en grados Fahrenheit, para cada mes.

Promedio de temperaturas medias diarias

Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May
64.6	74.3	72.5	66.3	54.4	44.6	39.1	29.5	33.6	39.4	49.2	58.2

1. ¿Son sorprendentes algunos de los registros de temperatura mensual? ¿Por qué?
2. Usa tu calculadora para registrar los datos (*temperatura, economía de combustible*). (Los datos sobre la economía de combustible, en mpg, se encuentran en tu respuesta al Problema 3 en la Serie de problemas D.) Ajusta las funciones de ventana para llenar la pantalla con los datos, tanto como sea posible. ¿Parece haber una conexión entre estas dos variables? Explica.
3. Debe haber un punto en tu gráfica que parece alejado de los otros. Haz una nueva gráfica sin incluir ese punto. Ajusta las funciones de ventana para llenar la pantalla con los puntos de los datos restantes. ¿Crees ahora que hay una conexión entre temperatura y economía de combustible? Explica.

MATERIALES
calculadora graficadora

Serie de problemas F

El padre de Lydia pensó que el auto rendía menos millas por galón en los meses en que no lo utilizaban mucho. Lydia decidió usar sus datos para probar la teoría de su padre.

1. Construye una tabla que pueda ser usada más fácilmente, para ver si la economía de combustible es peor en los meses de pocas millas y mejor en los meses de muchas millas. ¿Puedes ver alguna prueba en tu tabla para apoyar la teoría del padre de Lydia?
2. Grafica los datos (*millas recorridas, economía de combustible*) en tu calculadora. ¿Parece haber una conexión entre estas dos variables? Explica.

Comparte & resume

1. En la Serie de problemas C, graficaste los datos de una tabla dada. Sin embargo, en las Series de problemas E y F, tuviste que hacerles algo a los datos antes de graficar. En cada caso, ¿qué datos *sí* graficaste, y por qué no pudiste graficar los datos dados?
2. Compara la gráfica de temperaturas (Serie de problemas E) que creas es más útil para la gráfica de millas recorridas (Serie de problemas F). ¿Qué gráfica sugiere una conexión más sólida entre las variables?
3. Kyle, el hermano de Lydia, observó que por lo general la familia hacía sus viajes más largos durante el verano. Él razonó que la economía de combustible sería mejor en los viajes largos, ya que ha leído que conducir en la autopista da mejor economía de combustible que conducir en la ciudad. ¿Coinciden los datos con esta observación? Explica.

Investigación 3 Busca las tendencias

La administración de seguridad social ha reunido información acerca de los nombres dados a los niños y niñas recién nacidos en los Estados Unidos.

Las dos tablas muestran los tres nombres más comunes para niños y niñas recién nacidos en los Estados Unidos para cada año desde 1900 hasta 2002. Cada tabla enumera los años en los cuales cada nombre ha estado en primero, segundo y tercer lugar. Para ahorrar espacio, las tablas no muestran la parte de "19" en los años, así que la entrada "87, 88, 90–93" representa los años 1987, 1988, 1990, 1991, 1992 y 1993.*

* Fuente: Estos datos se derivan de la información en el sitio Web de la administración de seguridad social, *www.ssa.gov*.

Nombres de niños

Nombre	Primer lugar	Segundo lugar	Tercer lugar
Christopher		72, 73, 75, 81–93	74, 76–80, 94
David	60, 61, 63	58, 59, 66–70	56, 62, 64, 71–72
Jacob	99, 2000–2002	95, 97, 98	96
James	35, 40, 42, 43, 45–47, 49, 52	27, 30, 31, 33, 34, 36–39, 44, 48, 50, 51, 55, 57, 65	00–17, 19–22, 24, 25, 28, 29, 32, 41, 53, 59, 67, 68, 73
Jason		74, 76–80	75, 81
John	00–25, 50	26, 28, 29, 32, 41, 47, 62–64, 71	27, 30, 31, 33–40, 42–46, 48, 49, 51, 52, 54, 60, 61, 65, 66, 69, 70
Joshua			89, 90, 92, 93, 2000
Matthew		94, 96	82–88, 91, 95, 97–99, 2000–2001
Michael	53, 55–59, 62, 64–98	54, 60, 61, 99, 2000–2002	63
Robert	26–34, 36–39, 41, 44, 48, 51, 54	21–25, 35, 40, 42, 43, 45, 46, 49, 52, 53, 56	18, 47, 50, 55, 57, 58
William		00–20	23, 26

Nombres de niñas

Nombre	Primer lugar	Segundo lugar	Tercer lugar
Alexis			99
Amanda			79–82, 86–88, 91
Amy		74–77	73
Anna			00–02
Ashley	88, 91	85–87, 89, 90, 92–95	83, 84, 96
Barbara		37–44	32, 33, 35, 36, 45
Betty		27–34	25
Brittany			89, 90
Deborah		54, 55	53
Debra			56
Dorothy		20–26	12–15, 17–19, 27–31
Emily	95–99, 2000–2002		94
Hannah		98, 99, 2000	2001–2002
Helen		00–02, 04–19	03, 20–24, 26
Jennifer	70–84	69	85
Jessica	85–87, 89, 90, 92–94	78, 80–84, 88, 91, 96	95
Karen			65
Kimberly			67, 68, 70
Linda	47–52	45, 46, 53, 58	54, 55, 57, 59
Lisa	62–69	61, 70	71, 72
Madison		2001–2002	2000
Margaret		03	04–11, 16
Maria		65–67	60, 62–64
Mary	00–46, 53–61	47–52, 62–64	66
Melissa		79	76–78
Michelle		68, 71–73	69, 74, 75
Patricia			37–44, 46–52
Samantha			98
Sarah		97	92, 93
Shirley		35, 36	34
Susan		56, 57, 59, 60	58, 61
Taylor			97

Serie de problemas G

Michael y Mary estaban comentando la información en las tablas de la página 609. Al mirar la primera tabla, Michael dijo: —¡Epa, tengo el nombre más popular del siglo!

—No es verdad, —dijo Mary, quien estaba viendo la segunda tabla. Mi nombre es el más popular.

1. Considera cómo podrías decidir cuál nombre es el más popular para los años enumerados en la tabla.

a. Utiliza en primer lugar el número total de años como tu medida, para luego determinar los dos nombres de niños más populares y los dos nombres de niñas más populares.

b. Considerando el número total de años en que cada nombre estuvo en primer lugar, ¿quién dirías que tuvo la razón, Michael o Mary? Defiende tu respuesta.

c. Lee sugirió una medida diferente: asigna 3 puntos por cada aparición en primer lugar, 2 por el segundo y 1 por el tercero. Repasa la lista para escoger los cuatro principales nombres de niños más probables y los cuatro principales nombres de niñas más probables, usando la medida de Lee y calcula los puntos para esos ocho nombres. ¿Qué par de nombres de niños y de niñas se consideran los más populares de esta forma?

2. ¿Cuál crees que cambia más frecuentemente: la popularidad de nombres particulares de niños o la popularidad de nombres particulares de niñas? Escribe un enunciado o dos para respaldar tu respuesta.

3. ¿Cuáles nombres se han mantenido en los primeros tres lugares por la mayor cantidad de años *consecutivos*? Explica.

4. ¿Qué nombres hicieron repentinas apariciones en los primeros tres lugares por sólo 1 a 3 años y luego desaparecieron? ¿Tienes una explicación para la popularidad de estos nombres en particular?

Los datos pueden organizarse de muchas maneras. Por ejemplo, en la página opuesta hay dos nuevas tablas para los nombres de niñas.

- La primera tabla combina los nombres en intervalos de 10 años. El número entre paréntesis después de un nombre dice por cuántos años permaneció ese nombre en el lugar dado durante ese intervalo.
- La segunda tabla da el número de años en que cada nombre estuvo en primero, segundo y tercer lugar. También enumera el número máximo de años consecutivos en que cada nombre permaneció en ese lugar.

Intervalo	Primer lugar	Segundo lugar	Tercer lugar
1900–1909	Mary (10)	Helen (9) Margaret (1)	Anna (3) Helen (1) Margaret (6)
1910–1919	Mary (10)	Helen (10)	Margaret (3) Dorothy (7)
1920–1929	Mary (10)	Dorothy (7) Betty (3)	Helen (6) Betty (1) Dorothy (3)
1930–1939	Mary (10)	Betty (5) Shirley (2) Barbara (3)	Barbara (4) Dorothy (2) Patricia (3) Shirley (1)
1940–1949	Mary (7) Linda (3)	Barbara (5) Linda (2) Mary (3)	Patricia (9) Barbara (1)
1950–1959	Linda (3) Mary (7)	Mary (3) Linda (2) Deborah (2) Susan (3)	Patricia (3) Deborah (1) Linda (4) Debra (1) Susan (1)
1960–1969	Mary (2) Lisa (8)	Susan (1) Lisa (1) Mary (3) Maria (3) Michelle (1) Jennifer (1)	Maria (4) Susan (1) Karen (1) Mary (1) Kimberly (2) Michelle (1)
1970–1979	Jennifer (10)	Lisa (1) Michelle (3) Amy (4) Jessica (1) Melissa (1)	Kimberly (1) Lisa (2) Amy (1) Michelle (2) Melissa (3) Amanda (1)
1980–1989	Jennifer (5) Jessica (4) Ashley (1)	Jessica (6) Ashley (4)	Amanda (6) Ashley (2) Jennifer (1) Brittany (1)
1990–1999	Jessica (4) Ashley (1) Emily (5)	Ashley (5) Jessica (2) Sarah (1) Hannah (1)	Brittany (1) Amanda (1) Sarah (2) Emily (1) Jessica (1) Ashley (1) Taylor (1) Samantha (1) Alexis (1)
2000–2002	Emily (3)	Hannah (1) Madison (2)	Madison (1) Hannah (2)

	Total de años			Máximo de años consecutivos		
Nombre	1er lugar	2do lugar	3er lugar	1er lugar	2do lugar	3er lugar
Alexis	0	0	1	0	0	1
Amanda	0	0	8	0	0	4
Amy	0	4	1	0	4	1
Anna	0	0	3	0	0	3
Ashley	2	9	3	1	4	2
Barbara	0	8	5	0	8	2
Betty	0	8	1	0	8	1
Brittany	0	0	2	0	0	2
Deborah	0	2	1	0	2	1
Debra	0	0	1	0	0	1
Dorothy	0	7	12	0	7	5
Emily	8	0	1	8	0	1
Hannah	0	3	2	0	3	2
Helen	0	19	7	0	16	5
Jennifer	15	1	1	15	1	1
Jessica	8	9	1	3	5	1
Karen	0	0	1	0	0	1
Kimberly	0	0	3	0	0	2
Linda	6	4	4	6	2	2
Lisa	8	2	2	8	1	2
Madison	0	2	1	0	2	1
Margaret	0	1	9	0	1	8
Maria	0	3	4	0	3	3
Mary	56	9	1	47	6	1
Melissa	0	1	3	0	1	3
Michelle	0	4	3	0	3	2
Patricia	0	0	15	0	0	8
Samantha	0	0	1	0	0	1
Sarah	0	1	2	0	1	2
Shirley	0	2	1	0	2	1
Susan	0	4	2	0	2	1
Taylor	0	0	1	0	0	1

5. Usando la primera tabla en la página 611, encuentra de nuevo las respuestas al Problema 1 (Partes a y c), Problema 3 y Problema 4, solamente para los nombres de niñas. Luego encuentra las respuestas una vez más, usando la segunda tabla. Describe cómo cada arreglo de los datos hace más fácil o más difícil contestar las preguntas.

6. Describe cualquier tendencia importante que veas a lo largo del siglo. Por ejemplo, ¿puedes ver diferencias significativas en los nombres populares hacia fines de siglo, en oposición al principios o mediados del siglo?

7. Supón que estás diseñando decoraciones para la pared con nombres de bebés y piensas venderlos a través de una compañía de juguetes que los distribuye en todo el país. Quieres vender la mayor cantidad posible, pero la compañía de juguetes ha acordado incluir solamente seis nombres de niños y seis nombres de niñas en primera instancia, para ver qué tan bien aceptan el producto los clientes. Predice los nombres más populares para el año en curso y apoya tu predicción con una explicación.

8. Predice los nombres más usados para 1899 (el año anterior a los datos que aparecen en la tabla). Apoya tu predicción con una explicación.

Comparte & resume

1. Compara las ventajas y desventajas de las tres tablas en esta investigación.

2. Escribe una pregunta que te gustaría poder contestar acerca de los nombres más populares, pero para la cual no tienes los datos suficientes.

Investigación 4 De mapas a gráficas

Como ya has visto, una tabla grande llena de datos puede ser difícil de analizar. Una representación visual, tal como una gráfica, de la información en una tabla a veces hace que los patrones esenciales sean aparentes inmediatamente. Un mapa a veces es la mejor manera de exhibir datos visualmente.

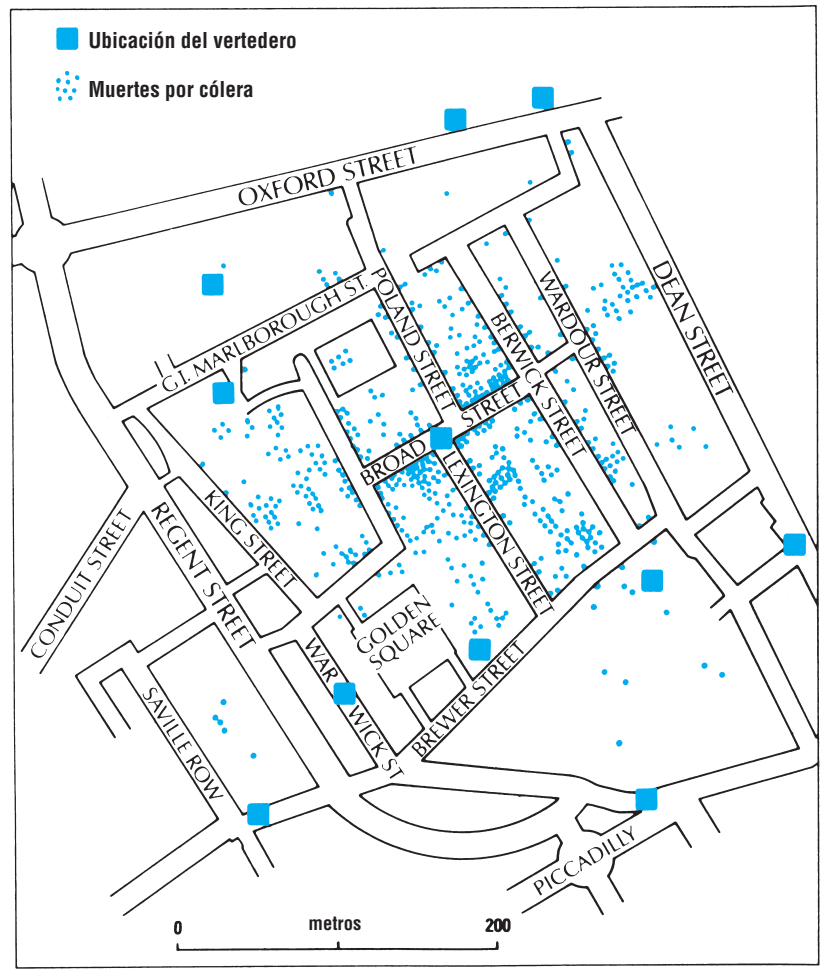
Piensa & comenta

¿Qué tipo de datos geográficos se presentan por lo general en un mapa?

¿Has visto mapas que presentan otros tipos de información? ¿Qué tipo de información?

En 1854, el área de la calle Broad en Londres sufrió una severa epidemia de *cólera,* una grave infección bacteriana en el intestino delgado. Un doctor en Londres, John Snow, se decidió a detener la propagación de esta enfermedad.

El Dr. Snow anotó las ubicaciones de los hogares de las víctimas en un mapa de esta sección de la ciudad. En esa época, Londres no tenía cañerías que llevaran el suministro público de agua directamente a los hogares y negocios. El mapa muestra las ubicaciones de las bombas públicas que los residentes usaban como fuentes de agua.



Derechos de impresión 1991 National Geographic Society Publications

MATERIALES

- mapa de Londres del Dr. Snow
- regla
- compás
- papel cuadriculado

Serie de problemas H

1. ¿Qué patrón, si existe alguno, observas en las muertes?

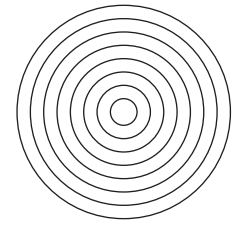
Mientras el Dr. Snow investigaba el patrón de muertes en el mapa, se dio cuenta de que parecían concentrarse en ciertas ubicaciones. Aún cuando muchas personas vivían alrededor de las calles Oxford, Regent y Picadilly, hubo pocas muertes por cólera en esas áreas. La representación visual de muertes en el mapa lo convenció de que el agua para beber era la causa probable de la epidemia y que la bomba en la calle Broad, donde las muertes se concentraban con más densidad, podía ser la fuente.

CONTENTS

El Dr. Snow estaba interesado en saber a qué distancia estaba cada muerte por cólera de la bomba en la calle Broad. Una longitud que representa 200 metros está dada en el mapa. Será conveniente tener una distancia mucho más pequeña (tal como 25 metros) para ayudarte a analizar lo que estaba sucediendo.

2. Divide a la mitad la distancia de 200 metros en tu mapa para hacer intervalos de 100 metros. Divide cada parte a la mitad otra vez para hacer intervalos de 50 metros. Por último, divide cada segmento de 50 metros a la mitad para hacer intervalos de 25 metros.

3. Dibuja varios círculos en tu mapa, usando la bomba de la calle Broad como centro. Haz círculos con radios de 25, 50, 75, . . . y 200 metros. Esto creará ocho anillos con un ancho de 25 metros alrededor de la bomba, algo así:



4. Considera el círculo más cercano al centro como el Anillo 1, y el área entre el círculo más cercano al centro y el siguiente círculo como el Anillo 2. Cuenta el número de víctimas que vivían dentro del Anillo 3. Describe la distancia de las residencias en este anillo desde la bomba en la calle Broad.

5. Cuenta el número de víctimas que vivían en cada uno de los otros anillos y enuméralos en una tabla. Añadirás dos columnas más a tu tabla más adelante, así que deja espacio.

6. Construye un histograma con la distancia desde la bomba en la calle Broad en el eje horizontal y el número de víctimas en el eje vertical. Da a cada barra un ancho de 25 metros.

7. ¿Tu tabla e histograma apoyan la conclusión de que hay más muertes cerca de la bomba? Explica.

8. Kai usó su propia tabla para calcular la mediana, moda y media para la distancia entre las residencias de las víctimas y la bomba. Para simplificar las cosas, redondeó las distancias según el número del anillo en que vivía la víctima. Por ejemplo, para todas las personas en el Anillo 1, usó la distancia de 12.5 m; para el Anillo 2, usó 37.5 m y para el Anillo 3, usó 62.5 m.

Kai encontró una mediana de unos 87.5 m, una moda de unos 62.5 m y una media de unos 78.3 m. Considera lo que estos instrumentos pueden significar en términos de la epidemia de cólera. ¿Qué información útil, si es que existe, revelan estas estadísticas acerca de la situación?

Datos de interés

Los círculos que dibujas para el Problema 3 son concéntricos porque tienen el mismo centro.

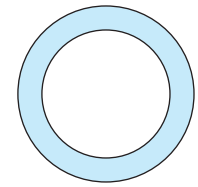
Recuerda

El área de un círculo con radio r is πr^2.

9. Mientras contabas puntos en el mapa, quizá te diste cuenta que cada anillo cubre un área mayor que el anillo más pequeño de al lado. Por ejemplo, el Anillo 2 tiene un área 3 veces mayor que el Anillo 1.

a. El Anillo 1 representa una parte circular de terreno con un radio de 25 m. ¿Cuál es el área, en metros cuadrados, que cubre ese anillo?

Para calcular el área de cada anillo, tienes que encontrar el área de dos círculos y restar. Por ejemplo, el área del anillo sombreado a la derecha es igual al área del círculo grande menos el área del círculo pequeño.



b. Encuentra el área de cada anillo, y añade una columna a tu tabla del Problema 5 para enumerar estos nuevos datos.

c. Ahora, divide el número de víctimas en un anillo entre el área de ese anillo y encuentra el número de víctimas por metro cuadrado para cada anillo. Añade otra columna a tu tabla para anotar esta información, que llamarás la *densidad de población* de las víctimas, hasta la diezmilésima más cercana.

d. ¿Apoya el patrón de densidad de población la conclusión de que hay más muertes cerca de la bomba? Explica.

10. Haz una gráfica de los datos (*número de anillo, densidad de población*).

La presentación del Dr. Snow, completa con mapas y tablas, convenció a la administración de la ciudad de que el agua de la bomba en la calle Broad era culpable de la epidemia de cólera. Cuando se eliminó la palanca para que la gente ya no pudiera obtener agua de esa bomba, la epidemia cedió.

Datos de interés

El Dr. Snow tuvo que trabajar arduamente para convencer a la gente de sus conclusiones. A mediados del siglo XIX, no se sabía mucho acerca de cómo se propagan las enfermedades. Su trabajo con el cólera es un ejemplo clásico de *epidemiología*, el estudio de las enfermedades que se propagan rápidamente en una población.

Comparte & resume

1. Considera el mapa; la tabla; la media, mediana y moda; el histograma y la gráfica que muestra la densidad de población por cada número de anillo. Explica por qué cada una es o no útil para apoyar la conclusión del Dr. Snow acerca de la relación entre el número de muertes y las distancias entre las residencias de las víctimas y la bomba en la calle Broad.

2. ¿Qué representación visual o estadística provee las pruebas más claras de tal conexión?

Ejercicios por tu cuenta

Practica & aplica

En los Ejercicios 1 al 3, usa esta información:

Economía Ben decidió escribir un artículo para el periódico escolar para comparar los precios de los discos compactos en varias tiendas. Encontró los precios de cinco cedés recientes en tres tiendas locales y en un sitio de música por Internet y los enumeró en una tabla.

Precios de cedés

Tienda	Artista	Precio
Castillo	A K Mango	$12.19
Castillo	Gritones gritadores	12.50
Castillo	Las chicas de la calle de enfrente	13.09
Música instantánea	A K Mango	13.25
Música instantánea	Las chicas de la calle de enfrente	13.25
Música instantánea	Gritones gritadores	13.49
Música instantánea	Fuera de sincronía	13.59
Sonidos GLU	Front Street Girls	13.95
Castillo	Out of Sync	14.29
Sonidos GLU	A K Mango	14.50
Piñas	A K Mango	14.99
Música instantánea	Aviva	15.00
Sonidos GLU	Fuera de sincronía	15.49
Sonidos GLU	Gritones gritadores	15.50
Piñas	Gritones gritadores	15.99
Piñas	Las chicas de la calle de enfrente	16.00
Piñas	Fuera de sincronía	16.25
Sonidos GLU	Aviva	16.75
Piñas	Aviva	18.89
Castillo	Aviva	19.00

1. Estudia la tabla de Ben y escribe un párrafo breve que describa las diferencias más notables en los precios de los cédes.

2. Considera cómo varían los precios de los cédes de una tienda a otra.

a. Reorganiza la tabla para que sea más fácil comparar los precios de las tiendas para los distintos cédes. (Abrevia los nombres de las tiendas y los artistas si quieres.)

b. ¿Cuál es la media de los precios de los cédes en cada tienda?

c. ¿Qué tienda recomendarías para el mejor precio en general? Explica tu elección.

3. Considera los precios para el CD de cada artista.

a. Reorganiza la tabla para que sea más fácil comparar los precios para un CD en particular.

b. ¿Cuál es la media de los precios para el CD de cada artista?

4. Ecología Puedes encontrar datos acerca de la contaminación del aire y otros temas ambientales en la página Web de la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos (Environmental Protection Agency, EPA), *www.epa.gov.*

Métodos de eliminación de basura, 1960–2000 (en millones de toneladas por año)

	1960	1970	1980	1990	2000
Reciclaje o composte	5.6	8.0	14.5	33.2	67.7
Combustión (quemarla)	27.0	25.1	13.7	31.9	33.7
Desechada en basureros	55.5	87.9	123.4	140.1	130.6
Total	88.1	121.1	151.6	205.2	232.0

Fuente: *Characterization of Municipal Solid Waste in the U.S,: 2001 Update,* Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos, Washington, D.C.

Recuerda

El *aumento porcentual es la diferencia entre dos cantidades dividida entre la primera cantidad y expresada como un porcentaje.*

Ellis y Gabriela quieren usar los datos de eliminación de basura para ayudarse a decidir si la gente está reciclando más o menos de lo que solían.

a. ¿Cuál es el aumento porcentual en toneladas de basura recicladas o hechas composte en 2000 comparado con 1960?

b. Grafica la cantidad de basura reciclada o hecha composte a través del período de 1960–2000.

c. Ellis argumentó que la respuesta a la Parte a y la gráfica de la Parte b muestran que el reciclaje ha mejorado mucho en las últimas décadas. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué sí o por qué no?

d. Gabriela argumentó que deben calcular una razón para cada año: la cantidad de basura reciclada o hecha composte contra la cantidad total de basura generada. Haz una tabla que muestre esta razón, como decimal, para cada año en la tabla original. Luego grafica las razones durante el período de 1960–2000.

e. ¿Qué te indica tu gráfica de la Parte d acerca de si las personas en la actualidad reciclan más o reciclan menos que antes?

5. Estudios sociales En la Investigación 3, consideraste las tablas que enumeraban los nombres más comunes para recién nacidos en los Estados Unidos. Cuando un nombre deja de estar en primer lugar, esperarías que lo hiciera lentamente, de forma que aparecería en el segundo o tercer lugar por uno o dos años. ¿En qué años sucede esto? ¿Hay años en los que esto no suceda (es decir, que el nombre en primer lugar haya caído hasta el cuarto lugar o más abajo)?

Estudios sociales En los Ejercicios 6 al 8, usa la tabla en la página opuesta, la cual muestra los años en los cuales los candidatos presidenciales de cada partido recibieron la mayoría de votos en cada estado, desde 1948 a 2000.

Hubo 14 elecciones durante esos años. En la tabla, los dos principales partidos (demócratas y republicanos) tienen sus propias categorías. Todos los demás partidos se incluyen en la categoría "Otros". Nota que Alaska (AK) y Hawai (HI) no se convirtieron en estados de la Unión hasta 1959. Además, el Distrito de Columbia (DC), aunque no es un estado, recibió un estatus para votar similar al de cada estado a partir de 1964.

6. En una elección presidencial, el candidato que recibe la mayoría de los votos en un estado gana ese estado. Cada estado cuenta por un cierto número de puntos, que se llaman *votos electorales*, donde algunos estados valen más que otros por sus diferencias de población. Para las Partes a y b, supón que cada estado vale por el mismo número de votos electorales.

a. Sólo con un vistazo a la tabla, intenta adivinar si es que más demócratas o más republicanos fueron elegidos como presidentes en los años enumerados.

b. ¿Puedes pensar en alguna manera de reorganizar la tabla que te haga más fácil adivinar la respuesta a la Parte a? Si es así, descríbela; podrías dar una tabla como ejemplo con sólo una o dos filas para ilustrar. Si no es así, explica por qué piensas que la tabla dada es la mejor opción.

Ahora considera cómo podrías intentar adivinar con más exactitud al usar el verdadero número de votos electorales para cada estado. Por ejemplo, Alaska (y muchos otros estados) sólo tiene 3 votos electorales, mientras que California tiene 54.

c. ¿Cómo podrías modificar la tabla para reflejar esta información?

d. **Reto** Para determinar quién verdaderamente ganó cada elección, debes sumar los votos electorales de los estados que ganó cada candidato. Un candidato debe tener por lo menos 270 votos electorales para ganar.

¿Cómo usarías el número de votos electorales de cada estado para ayudarte a adivinar qué partido ha tenido más candidatos que ganen las elecciones, sin calcular el ganador de cada año?

Años en que el candidato de cada partido recibió la mayoría de votos

	Demócrata	Republicano	Otros
AL	52, 56, 60, 76	64, 72, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	48, 68
AK	64	60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
AZ	48, 96	52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 2000	
AR	48, 52, 56, 60, 64, 76, 92, 96	68, 72, 80, 84, 88, 2000	
CA	48, 64, 92, 96, 2000	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88	
CO	48, 64, 92	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 96, 2000	
CT	60, 64, 68, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 72, 76, 80, 82, 88	
DE	60, 64, 76, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 68, 72, 80, 84, 88	
DC	64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000		
FL	48, 64, 76, 96	52, 56, 60, 68, 72, 80, 84, 88, 92, 2000	
GA	48, 52, 56, 60, 76, 80, 92	64, 72, 84, 88, 96, 2000	68
HI	60, 64, 68, 76, 80, 88, 92, 96, 2000	72, 84	
ID	48, 64	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
IL	48, 60, 64, 92, 96, 2000	52, 56, 68, 72, 76, 80, 84, 88	
IN	64	48, 52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
IA	48, 64, 88, 92, 96, 2000	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84	
KS	64	48, 52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
KY	48, 52, 64, 76, 92, 96	56, 60, 68, 72, 80, 84, 88, 2000	
LA	52, 60, 76, 92, 96	56, 64, 72, 80, 84, 88, 2000	48, 68
ME	64, 68, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 60, 72, 76, 80, 84, 88	
MD	60, 64, 68, 76, 80, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 72, 84, 88	
MA	48, 60, 64, 68, 72, 76, 88, 92, 96, 2000	52, 56, 80, 84	
MI	60, 64, 68, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 72, 76, 80, 84, 88	
MN	48, 60, 64, 68, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	52, 56, 72	
MS	52, 56	64, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	48, 60, 68

	Demócrata	Republicano	Otros
MO	48, 56, 60, 64, 76, 92, 96	52, 68, 72, 80, 84, 88, 2000	
MT	48, 64, 92, 96	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 2000	
NE	64	48, 52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
NV	48, 60, 64, 92, 96	52, 56, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 2000	
NH	64, 92, 96	48, 52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 2000	
NJ	60, 64, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 68, 72, 76, 80, 84, 88	
NM	48, 60, 64, 92, 96, 2000	52, 56, 68, 72, 76, 80, 84, 88	
NY	60, 65, 68, 76, 88, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 72, 80, 84	
NC	48, 52, 56, 60, 64, 76	68, 72, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
ND	64	48, 52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
OH	48, 76, 92, 96	52, 56, 60, 65, 68, 72, 80, 84, 88, 2000	
OK	48, 64	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
OR	64, 88, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84	
PA	60, 64, 68, 76, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 72, 80, 84, 88	
RI	48, 60, 64, 68, 76, 80, 88, 92, 96, 2000	52, 56, 72, 84	
SC	52, 56, 60, 76	64, 68, 72, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	48
SD	64	48, 52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
TN	48, 64, 76, 92, 96	52, 56, 60, 68, 72, 80, 84, 88, 2000	
TX	48, 60, 64, 68, 76	52, 56, 72, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
UT	48, 64	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
VT	64, 92, 96, 2000	48, 52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88	
VA	48, 64	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	
WA	48, 64, 68, 88, 92, 96, 2000	52, 56, 60, 72, 76, 80, 84	
WV	48, 52, 60, 64, 68, 76, 80, 88, 92, 96	56, 72, 84, 2000	
WI	48, 64, 68, 76, 88, 92, 96, 2000	52, 56, 60, 72, 80, 84	
WY	48, 64	52, 56, 60, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 2000	

En los Ejercicios 7 y 8, usa como referencia la información de las páginas 618 y 619.

7. Supón que si los candidatos demócratas han perdido en un estado un máximo de tres veces desde 1948 a 2000, a ese estado se le considera "mayormente demócrata" durante este período. Similarmente, un estado en el que los candidatos republicanos hayan perdido no más de tres veces se le considera "mayormente republicano" durante este período.

a. Nombra todos los estados que son mayormente demócratas o mayormente republicanos, dada esta definición.

b. Para los estados que son mayormente republicanos, ¿en qué años ganó en la mayoría de ellos un candidato demócrata? Para los estados que son mayormente demócratas, ¿en qué años ganó en la mayoría de ellos un candidato republicano?

c. ¿Puedes pensar en una manera de reorganizar la tabla para que sea más fácil encontrar las respuestas a las Partes a y b? Si es así, descríbela; podrías dar una tabla como ejemplo con sólo una o dos filas para ilustrar. Si no es así, explica por qué piensas que la tabla dada es la mejor opción.

8. Hubo algunos años en los cuales un candidato que no fuera republicano ni demócrata ganó un estado.

a. Enumera los estados y los años.

b. ¿Qué notas acerca de estos estados? (Ayuda: Puede ser útil localizarlos en un mapa.)

c. ¿Puedes pensar en una manera de reorganizar la tabla para que sea más fácil encontrar las respuestas a las Partes a y b? Si es así, descríbela; podrías dar una tabla como ejemplo con sólo una o dos filas para ilustrar. Si no es así, explica por qué piensas que la tabla dada es la mejor opción.

En los Ejercicios 9 y 10, usa esta información:

Estudios sociales Aftermath Inc. ofrece clases de matemáticas en las tardes para alumnos de séptimo y octavo grados en Massachusetts. Durante un año, 603 alumnos se inscribieron en el programa. Usa los siguientes datos, que muestran el número de alumnos en Aftermath, la población total de alumnos de séptimo y octavo grados y el porcentaje de la población de séptimo y octavo grados que se inscribió.

Estudiantes inscritos en matemáticas después de las clases

Ciudad o pueblo	Número de inscritos	Población (Grados 7–8)	Porcentaje inscrito
Boston	98	8,873	1.104
Braintree	40	828	4.831
Brockton	2	2,505	0.080
Brookline	52	899	5.784
Cambridge	3	1,061	0.283
Canton	35	433	8.083
Cohasset	5	191	2.618
Dedham	29	457	6.346
Duxbury	2	461	0.434
Easton	26	537	4.842
Hanover	2	390	0.513
Hingham	45	511	8.806
Mansfield	18	535	3.364
Marshfield	2	688	0.291
Medfield	2	347	0.576
Milton	77	630	12.222
Needham	5	605	0.826
Newton	7	1664	0.421
Norwell	17	286	5.944
Quincy	69	1,290	5.349
Randolph	4	646	0.619
Westwood	52	330	15.758

Fuente: Adaptado de información del sitio Web del Departamento de Educación de Massachusetts, *www.doe.mass.edu*.

9. Luna sospecha que el pueblo o ciudad que manda *más* alumnos debe ser donde se localiza Aftermath. Orlando piensa que el pueblo o ciudad que manda el *porcentaje* más alto de alumnos debe ser donde se localiza Aftermath.

a. ¿Qué pueblo o ciudad manda más alumnos a Aftermath?

b. ¿Qué pueblo o ciudad manda el porcentaje más alto de sus alumnos de séptimo y octavo grados a Aftermath?

c. ¿Quién crees que tiene más probabilidad de estar en lo correcto, Luna u Orlando? Explica tu razonamiento.

10. Geografía Para este ejercicio, usa como referencia la información en la página 621.

Este es un mapa del este de Massachusetts.

a. De todas las ciudades y pueblos que mandan cualquier número de alumnos a Aftermath, ¿cuál se ubica más al norte? ¿Más al sur? ¿Más al oeste? ¿Más al este?

b. Lydia sospecha que Aftermath se localiza en algún lugar en medio de todos los pueblos y ciudades que se enumeran en la tabla. ¿Dónde sería esto?

c. Considera sólo las ciudades y pueblos que envían tres o más alumnos. ¿Cómo cambia eso tus respuestas a las Partes a y b?

d. Explica por qué sería razonable excluir de tu análisis a los pueblos con menos de tres alumnos.

e. Haz tu mejor conjetura acerca de la ubicación del programa de Aftermath y explica tu razonamiento.

CONTENTS

Conecta & amplía

En los Ejercicos 11 y 12, usa esta información:

Una rama importante de las matemáticas es la *criptología,* el estudio de hacer y descifrar códigos. Sus usos varían desde descifrar mensajes enemigos interceptados en tiempos de guerra, hasta encriptar la información de las tarjetas de crédito por Internet.

Un método sencillo, ¡aunque no muy seguro!, de mandar mensajes secretos es utilizar una tabla de sustitución. Este método se utiliza en los acertijos de criptogramas que aparecen en el periódico. Para mandar un mensaje, resulta útil presentar las entradas en la tabla de sustitución en orden alfabético, de esta forma:

Entrada	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
Salida	C	F	I	L	O	R	U	X	A	D	G	J	M	P	S	V	Y	B	E	H	K	N	Q	T	W	Z

Recuerda

Esta tabla representa una *función* ya que provee una salida única para cada entrada.

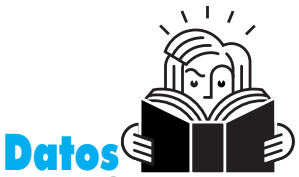
Para evitar la confusión, es útil usar letras minúsculas para tu mensaje original (en español) y letras mayúsculas para tu mensaje secreto, como muestra la tabla. Para escribir un mensaje, busca cada letra en la fila de arriba y cámbiala a la letra correspondiente en la fila de abajo. Por ejemplo, para escribir "ven aquí", mandarías NOP CYKA.

11. Usar la tabla original en la forma en que está ordenada es un fastidio cuando intentas *descifrar* un mensaje.

a. Supón que recibes el mensaje BOUBOEC APMOLACHCMOPHO. Tradúcelo al español normal.

b. Haz una nueva tabla en la cual los *productos* estén en orden alfabético.

c. Usa tu nueva tabla para descifrar el mensaje OEHCE OP JS ISBBOIHS.



Datos de interés

La criptología jugó un papel en la victoria de los aliados en la Segunda Guerra Mundial. El matemático Alan Turing, entre otros, tuvo una participación crucial en descifrar el código Enigma que usaron los alemanes.

a	7.3
b	0.9
c	3.0
d	4.4
e	13.0
f	2.8
g	1.6
h	3.5
i	7.4
j	0.2
k	0.3
l	3.5
m	2.5
n	7.8
o	7.4
p	2.7
q	0.3
r	7.7
s	6.3
t	9.3
u	2.7
v	1.3
w	1.6
x	0.5
y	1.9
z	0.1

Fuente: Sitio Web de Trinity College, *www.trincoll.edu/depts/cpsc/cryptography/caesar.html.*

12. Reto Usa como referencia la información en la página 623.

Si interceptas un mensaje encriptado de alguien más y no sabes la tabla que se usó para construirlo, tienes un problema que resolver: romper el código.

Para resolver un código, es útil tener alguna idea de qué letras son más frecuentes en el español y qué combinaciones de letras son típicas. En el breve mensaje codificado en la Parte a del Ejercicio 11, por ejemplo, la letra "O" ocurre cinco veces; ya que la "e" es una de las letras más comunes en el español, podrías adivinar (correctamente) que la "O" representa la "e" en este mensaje.

La tabla de la izquierda muestra un estimado de las frecuencias de las letras en un texto en español, como porcentajes.

a. Usa las frecuencias de las letras como una guía para intentar traducir el mensaje a continuación. Te ayudará comenzar con una tabla en blanco en la cual las entradas estén en orden alfabético. Llena tus predicciones acerca de los productos (¡con lápiz!) conforme avanzas, y pronto emergerá un patrón.

b. Explica cómo resolviste la Parte a.

La tabla de arriba viene de un sitio Web. Puedes encontrar tablas de frecuencia de letras en muchas fuentes que difieren en los porcentajes asignados a las letras del alfabeto.

c. Explica por qué las fuentes pueden mostrar tablas aparentemente contradictorias sobre las frecuencias de las letras en español.

d. Explica por qué un mensaje particular, como el que aparece arriba, podría *no* tener las mismas frecuencias de letras que las que aparecen en la tabla.

La construcción de mensajes secretos se llama *criptografía*. Descifrar códigos es *criptoanálisis*. Ambos son parte de la *criptología*.

CONTENTS

En tus propias palabras

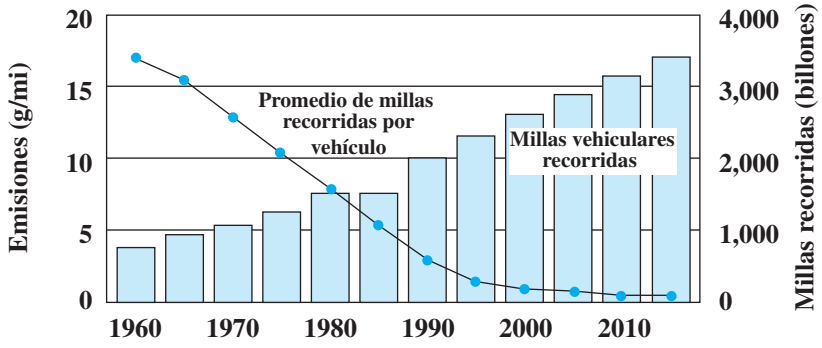
Encuentra un artículo de revista, un sitio Web de Internet o un noticiero de televisión que dé información en una tabla o representación visual de algún tipo. Describe la representación visual y explica cómo es útil para la información que se presenta.

En los Ejercicios 13 al 15, usa esta información:

Ecología Los automóviles son un modo esencial de transporte en este punto de la historia de los Estados Unidos. Desafortunadamente, también son una gran fuente de contaminación. En años recientes, una serie de mejoras tecnológicas ha reducido la cantidad de contaminación que se emite por milla recorrida, pero la gente está conduciendo más millas.

La siguiente figura incluye una gráfica lineal y una gráfica de barras. La gráfica lineal muestra el promedio de emisiones por vehículo (estimado) desde 1960 hasta 2015. La gráfica de barras muestra las millas vehiculares recorridas (en billones) para estos años. Se han hecho ciertas suposiciones para estimar las emisiones futuras, tal como que no aumenten las regulaciones, que no haya recortes al manejo de autos y que no haya mejorías tecnológicas inesperadas.

Comparación del número de millas recorridas y emisiones por vehículo en Estados Unidos



Fuente: "Automobiles and Ozone," Fact Sheet OMS-4 de la Oficina de Fuentes Móviles, Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos, enero 1993.

13. A primera vista, ¿parecen mantenerse a la par las mejorías (como indica la gráfica lineal) con el aumento de millas recorridas (como indica la gráfica de barras)? Explica.

14. Paul afirma que la cantidad total de contaminantes que producirán los autos en 2010 será menor que la de 1960 debido a mejoras tecnológicas. Sara afirma que la cantidad total de contaminantes de automóviles será mayor en 2010 que en 1960. ¿Quién crees que está en lo correcto? Explica tu respuesta, usando las gráficas para justificar tu razonamiento.

15. Usa las gráficas en la página 625 para crear una nueva gráfica siguiendo estas instrucciones.

a. Completa la siguiente tabla, dando una aproximación de la cantidad promedio de emisiones de autos cada año.

Año	Promedio de emisiones por vehículo (gramos de hidrocarburo por milla)	Millas vehiculares recorridas (billones)	Emisiones totales (billones de gramos de hidrocarburo)
1960	17	750	12,750
1965			
1970			
1975			
1980			
1985			
1990			
1995			
2000			
2005			
2010			
2015			

b. Dibuja una gráfica que muestre el número promedio de gramos de hidrocarburo que se produce por año para cada uno de los años en las gráficas originales.

c. Describe cómo la cantidad de hidrocarburo que producen los autos cambió durante los años que se observaron y predijeron.

d. Usa las gráficas para predecir el promedio de emisiones por vehículo y las millas vehiculares recorridas en el año 2030.

e. Calcula los gramos estimados de hidrocarburo que los autos producirán en el año 2030 y añade estos datos a tu gráfica.

Datos de interés

Los países alrededor del mundo reúnen e intercambian datos sobre terremotos. Equipos de científicos examinan los datos con la esperanza de descubrir patrones que puedan permitirles pronosticar terremotos futuros.

16. **Ciencia terrestre** Diana decidió hacer su proyecto científico acerca de la frecuencia de los terremotos. Ella ya sabe que la magnitud de un terremoto a veces se mide en una escala de números positivos que se llama la *escala de Richter*. Esta escala no es lineal: un terremoto que mide 7 es muy severo (10 veces más severo que uno que mide 6); un terremoto que mide 8 es devastador.

Diana conjeturó que había más terremotos de alta magnitud que de baja magnitud. Ella explicó su hipótesis diciendo que con frecuencia lee acerca de grandes desastres por terremotos, pero rara vez escucha algo acerca de los terremotos pequeños. ¿Estás de acuerdo con la hipótesis de Diana? Si no es así, ¿por qué no?

En los Ejercicos 17 y 18, usa esta información:

Ciencia terrestre Diana (ve el Ejercico 16) navegó por algunas páginas de Internet sobre terremotos y encontró el Geological Survey National Earthquake Information Center. La siguiente tabla apareció en uno de sus sitios Web.

Tabla 1
Frecuencia de terremotos

Descripción	Magnitud	Número promedio anual
Grande	8 y mayores	1
Mayor	7–7.9	17
Fuerte	6–6.9	134
Moderado	5–5.9	1,319
Ligero	4–4.9	13,000 (estimado)
Menor	3–3.9	130,000 (estimado)
Muy menor	2–2.9	1,300,000 (estimado)

Fuente: Sitio Web del U.S. Geological Survey National Earthquake Information Center, *wwwneic.cr.usgs.gov.*

Los terremotos grandes, que pueden resultar en la muerte de miles de personas, ocurren a lo largo de los bordes de enormes fragmentos de la corteza terrestre (llamados *placas*) que se trituran al desplazarse.

17. Observa cuidadosamente la Tabla 1.

a. ¿Los datos apoyan la hipótesis de Diana (en el Ejercico 16)?

b. Usa los datos de la Tabla 1 para construir un histograma que muestre el número promedio anual de terremotos para cada nivel de magnitud. Dale a cada barra un ancho de 1 unidad de magnitud Richter.

c. ¿Qué dificultades importantes tuviste para construir tu histograma?

d. ¿Tu histograma enfatiza algunos patrones que conecten la frecuencia con la magnitud?

18. Diana (ve los Ejercicos 16 y 17) tuvo una segunda hipótesis: que la frecuencia de los terremotos aumentó durante el siglo XX. De nuevo, hizo referencia a la cobertura que los medios de noticias hicieron sobre terremotos: "¡Cada año escuchamos acerca de más terremotos!"

Luego encontró una tabla que parecía trazar la magnitud y frecuencia de los terremotos desde 1992 a 2003.

Tabla 2

Magnitud	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
8.0–9.9	0	1	2	3	1	0	1	0	1	1	0	1
7.0–7.9	23	15	13	22	21	16	11	18	14	15	13	13
6.0–6.9	104	141	161	185	160	129	117	128	158	126	132	128
5.0–5.9	1,541	1,449	1,542	1,327	1,223	1,118	979	1,106	1,345	1,243	1,198	954
4.0–4.9	5,196	5,034	4,544	8,140	8,794	7,938	7,303	7,042	8,045	8,084	8,603	7,121
3.0–3.9	4,643	4,263	5,000	5,002	4,869	4,467	5,945	5,521	4,784	6,151	7,004	6,524
2.0–2.9	3,068	5,390	5,369	3,838	2,388	2,397	4,091	4,201	3,758	4,162	6,420	6,652
1.0–1.9	887	1,177	779	645	295	388	805	751	1,026	944	1,137	2,101
0.1–0.9	2	9	17	19	1	4	10	5	5	1	10	107

Fuente: Sitio Web de U.S. Geological Survey National Earthquake Information Center, *wwwneic.cr.usgs.gov*.

a. Observa cuidadosamente la Tabla 2. ¿Los datos parecen apoyar la hipótesis de Diana en alguno o todos los niveles de magnitud?

b. ¿En qué años desde 1992 a 2003 el número de terremotos con magnitud 7.0–7.9 alcanzó o excedió el promedio a largo plazo dado en la Tabla 1 de la página 627?

c. Si comparas las dos tablas, algo parece estar muy equivocado. ¿Para qué magnitudes de terremotos difieren *tanto* los datos en la Tabla 2 de los datos en la Tabla 1 que simplemente no puedes creer que sean correctos? Explica.

d. Al regresar a Internet, Diana examinó la Tabla 2 con más cuidado. Descubrió que esta tabla incluye solamente los terremotos cuyas ubicaciones pudo determinar el Geological Survey National Earthquake Information Center. ¿Cómo explica esta información los sorprendentes números de la Tabla 2?

e. Describe por lo menos dos formas de usar los datos en la Tabla 2 para analizar mejor los patrones en la tabla. (Ignora las filas de magnitudes menores que 4.)

19. Busca en algunos periódicos un ejemplo de datos que se presenten en forma de mapas o representaciones visuales que no sean gráficas circulares, gráficas de barras o histogramas, gráficas lineales o tablas. Escribe un informe acerca de tu ejemplo, que incluya la siguiente información:

- descripción de la representación visual
- descripción de los datos presentados
- ventajas de usar ese tipo de representación visual para el tipo de datos presentados
- desventajas de usar ese tipo de representación visual para el tipo de datos presentados
- otros tipos de representaciones visuales, si los hay, que puedan usarse razonablemente para los datos y las desventajas de usar estas representaciones visuales en lugar del que aparece en el periódico

Repaso mixto

Factoriza cada expresión.

20. $2n^2 - 6n$

21. $4a^2 - 1$

22. $3x^2 - 9x - 30$

Desarrolla y simplifica cada expresión.

23. $2(g + 3)(2g - 7) + g(2g^2 + 3)$

24. $x + 2 - (x + 1)(3x + 4) + 2(8 - x)$

25. $0.5t + 3t - 1.5(t + 1)(7t + 1)$

Haz un esquema aproximado que muestre la forma general y la ubicación de la gráfica de cada ecuación.

26. $y = x^2 - 3x - 4$

27. $y = \frac{3}{x - 1} + 2$

28. $y = x^3 + 3$

Evalúa o simplifica sin utilizar la calculadora.

29. $\left(\frac{1}{7}\right)^3$

30. $2\sqrt[4]{81a^6}$, donde a es número no negativo

31. 3^{-3}

32. $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{125}\right)^2}$

33. Estadística Las encuestas se usan con frecuencia para estimar una característica en un grupo grande de personas, basándose en un grupo relativamente pequeño de personas.

Por ejemplo, un estudio reciente encontró que alrededor de 1,050 de los 1,500 estadounidenses adultos entrevistados dijo que pensaba que las noticias eran útiles para tomar decisiones prácticas, pero solamente 795 de ellos confiaban en lo que sus presentadores locales de televisión les decían. Los presentadores de cadenas de televisión eran confiables para 675 personas, los reporteros de periódicos para 465 y los anfitriones de programas de radio solamente por 210 personas.

En el año del estudio había alrededor de 200 millones de estadounidenses adultos. Mientras contestas las siguientes preguntas, supón que la muestra de esta encuesta fue representativa de todos los estadounidenses adultos en esa época. Es decir, supón que las proporciones de la muestra son iguales a las proporciones para todos los estadounidenses adultos.

a. Piensa y resuelve una proporción para estimar cuántos estadounidenses adultos en 1997 pensaban que las noticias eran útiles para tomar decisiones prácticas. ¿Qué porcentaje es?

Piensa y resuelve una proporción para estimar cuántos estadounidenses adultos confían en cada una de las siguientes fuentes de noticias. Luego encuentra el porcentaje estimado de estadounidenses adultos que confían en cada fuente de noticias.

b. presentadores locales de televisión

c. presentadores de cadenas de televisión

d. reporteros de periódicos

e. anfitriones de programas de radio

10.2 Modelos, datos y decisiones

En la Lección 10.1, sacaste conclusiones directamente de los datos. En esta lección, construirás modelos matemáticos que te ayudarán a interpretar series de datos y hacer predicciones con ellos.

Piensa & comenta

En un lanzamiento espacial, hay computadoras que controlan cada detalle. Supón que para cierto lanzamiento, una computadora calculó la altura del cohete cada 2 segundos y produjo los siguientes datos.

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0
2	48
4	144
6	288
8	480
10	720
12	1,008

Tiempo (s)	Altura (m)
14	1,344
16	1,704
18	2,064
20	2,424
22	2,784
24	3,144
26	3,504

- Describe lo que le sucede a la *tasa* en la que cambia la altura del cohete a lo largo de los 26 segundos que se registraron.
- ¿En qué tiempo cambia la naturaleza del movimiento del cohete?
- ¿Crees que los datos computados son razonables? ¿Por qué sí o por qué no?

Investigación 1 Datos y álgebra

Si puedes escribir ecuaciones que describan los datos del lanzamiento espacial en la página 631, serás capaz de predecir la altura del cohete para tiempos que no aparecen en la tabla.

MATERIALES
- papel cuadriculado
- calculadora graficadora

Serie de problemas A

1. Dibuja una gráfica con los datos del lanzamiento espacial. Usa el eje horizontal para el tiempo desde el despegue (en segundos) y el eje vertical para la altura (en metros). Conecta los puntos con segmentos de línea.

2. El punto en el que cambia la naturaleza de los datos se llama *punto de quiebra.* Considera solamente los puntos de los datos hasta el punto de quiebra que identificaste en la sección Piensa & comenta.

a. Calcula la primera y segunda diferencias entre los valores de altura. ¿Qué tipo de relación parece haber entre tiempo y altura?

En el Capítulo 1, usaste una calculadora graficadora para encontrar una *línea que se ajustara mejor* a los datos que parecían aproximadamente lineales. De la misma forma, puedes usar tu calculadora para adecuar las curvas a los datos que muestran tendencias no lineales.

b. Introduce los datos para los puntos antes del punto de quiebra. Luego usa tu calculadora para encontrar una ecuación del tipo de la que contestaste en la Parte a y que describa la relación entre el tiempo t y la altura h.

3. Ahora considera solamente los datos a partir del punto de quiebra y continúa después de ese punto.

a. ¿Qué tipo de relación parece haber entre tiempo y altura para estos datos?

b. Escribe una ecuación que describa la relación entre el tiempo t y la altura h para estos datos.

4. ¿Para qué tiempos debes usar la ecuación que escribiste en el Problema 2 para estimar la altura del cohete? ¿Para qué tiempos debes usar tu ecuación del Problema 3?

5. Predice la altura del cohete para 3 segundos, 15 segundos y 23 segundos.

Aún cuando las ecuaciones pueden ayudar a modelar el movimiento de un cohete, muchas cosas afectarán el vuelo real, tal como vientos cambiantes y fallas en la construcción del cohete.

Las actividades humanas pueden ser más difíciles de describir con matemáticas. Por ejemplo, el crecimiento demográfico suele ser exponencial por naturaleza, así que podríamos esperar ser capaces de encontrar una ecuación exponencial que se adapte a los datos demográficos en el tiempo. Sin embargo, hay eventos que a menudo alteran el patrón de crecimiento demográfico.

MATERIALES
calculadora graficadora

Serie de problemas B

La tabla te da los datos de la población en el estado de California desde 1900 hasta 1990.

Introduce los datos en tu calculadora. Usa como entrada *años posteriores a 1900;* por ejemplo, 1910 es $t = 10$ y 1970 es $t = 70$.

Población de California

Año	Población
1900	1,485,053
1910	2,377,549
1920	3,426,861
1930	5,677,251
1940	6,907,387
1950	10,586,223
1960	15,717,204
1970	19,971,069
1980	23,667,764
1990	29,760,021
2000	33,871,648

Fuente: *World Almanac and Book of Facts 2003.* Derechos de impresión © 2003 World Almanac Education Group, Inc.

1. Usa tu calculadora para graficar la población de California a través del tiempo, conectando los puntos con segmentos de línea. Haz un esbozo de tu gráfica. ¿La gráfica parece exponencial? Explica.

2. Usa la función en la calculadora que adapta las curvas para encontrar una función exponencial C para la cual la entrada son los años después de 1900, t, y el resultado sea la población (aproximada) de California en ese año. Escribe la base del exponente hasta la diezmilésima más cercana.

3. Ahora introduce tu ecuación en la calculadora y grafícala. Delinea los datos en la misma gráfica, sin conectar los puntos. ¿Crees que la ecuación arregla los datos adecuadamente? Explica.

4. Usa la ecuación para predecir la población de California en el año 1890 y en el año 2010.

5. La población real de California en 1890 era de 1,213,398. ¿Cómo se compara esto con tu predicción en el Problema 4?

Comparte & resume

En esta investigación, usaste tu calculadora graficadora para encontrar ecuaciones que modelan diferentes tipos de datos.

1. ¿Cómo son útiles dichos modelos? Da un ejemplo si te ayuda a explicarlo mejor.
2. Supón que quieres encontrar una ecuación que modele una serie particular de datos. Describe los pasos que tomarías para encontrar un modelo razonable.

Investigación 2 Modela un problema económico simple

No sólo los ingenieros aeroespaciales y los científicos demográficos construyen ecuaciones, sino también los economistas y analistas de negocios. En esta investigación, analizarás un negocio y para ello crearás un modelo simple.

MATERIALES

- *calculadora graficadora*
- *papel cuadriculado (opcional)*

Serie de problemas C

Tamika vive en un vecindario con muchos niños pequeños y pocos adolescentes, así que hay una gran demanda de niñeras. Ella y cuatro de sus amigas decidieron juntar sus esfuerzos y empezar un negocio cuidando niños.

Las cinco amigas comenzaron cobrando $3 por hora. Rápidamente tuvieron mucha demanda, ¡casi más de la que podían encargarse! De hecho, se ocuparon cuidando niños por un total combinado de 120 horas en cada uno de los primeros meses.

1. ¿Cuántas horas al mes, en promedio, trabajó *cada* amiga?
2. ¿Qué ingreso mensual, en promedio, ganó *cada* amiga cuidando niños?

Adam sugirió que podían ganar más dinero si triplicaban su cuota por hora. Desafortunadamente, muchas personas no quisieron pagar $9 por hora, así que buscaron niñeras en otros lugares. El negocio se redujo a un total de 60 horas en los siguientes 2 meses, menos de lo que el grupo solía ganar en un *solo* mes.

3. ¿Cuántas horas al mes, en promedio, trabajó cada amiga durante estos dos meses?
4. ¿Cuál fue el ingreso mensual, en promedio, que ganó cada amiga cuidando niños? ¿Cómo se compara esto con el ingreso que tenían cuando cobraban solamente $3?

Rebecca entonces sugirió reducir la tarifa a $7 por hora. “Podríamos no tener tantos clientes como en los primeros meses”, razonó, “¡pero tendríamos más que en los dos meses pasados!” Recibieron llamadas para trabajar 60 horas cuidando niños para el siguiente mes.

5. ¿Cuál fue el ingreso, en promedio, que ganó cada amiga cuidando niños durante este mes? ¿Cómo se compara con su ingreso mensual promedio cuando cobraban $9 y $3?

Finalmente, Hilda propuso que graficaran todos estos resultados. “Podríamos encontrar una ecuación para una curva que se adapte a los datos”, dijo, “y luego determinar cuánto debemos cobrar para ganar el máximo ingreso posible”.

6. Haz una tabla con la tarifa por hora en la primera columna y el ingreso mensual promedio para cada niñera en la segunda. Llena la tabla usando la información de los Problemas 1 al 5.

7. Grafica los datos de tu tabla. ¿Qué tipo de curva podría describir la relación entre la tarifa por hora y el ingreso mensual promedio?

Cuando creas un modelo que se ajuste a los datos, a veces debes hacer conjeturas para ayudarte a decidir qué tipo de relación usar. En este caso, Hilda propuso que la conexión entre la tarifa y las horas que obtienen cuidando niños podría ser lineal, es decir, por cada dólar en que elevan su tarifa, pierden un cierto número de horas.

8. Si usas la conjetura de Hilda, el número de horas que trabaja cada amiga, en promedio, es una expresión lineal como $a - br$, donde a y b son constantes y r es la tarifa por hora.

a. ¿Qué representa el valor de b?

b. ¿Qué representa el valor de a? (Ayuda: ¿Qué sucede cuando r es 0?)

c. El ingreso de cada niñera es la tasa multiplicada por el número de horas trabajadas, o $r(a - br)$. ¿Qué tipo de expresión es $r(a - br)$? ¿Esto apoya tu respuesta al Problema 7?

9. Usa tu calculadora para ajustar una ecuación para el ingreso i del mismo tipo a la que utilizaste para contestar la Parte c del Problema 8, para los datos en tu tabla del Problema 6.

10. Usa tu ecuación para determinar la tarifa por hora que resulta en el mayor ingreso mensual promedio. Usa la función Trace en tu calculadora, si es necesario. ¿Cuál es la tasa y cuál es el ingreso?

Comparte & resume

Compara tu trabajo en las Investigaciones 1 y 2.

1. ¿En qué son similares los métodos que utilizaste para encontrar modelos para los datos en las investigaciones?

2. ¿En qué son diferentes los métodos?

Investigación 3 Emprender un negocio

Evita y Tariq notaron que había un buen número de bicicletas descompuestas—y muchas *partes* de bicicleta tiradas—al borde del camino en su pueblo. Veían un armazón en un lugar, una llanta trasera en otro y una bicicleta sin llantas en otro. Decidieron formar un negocio que recuperara partes viejas de bicicleta y reconstruyera buenas bicicletas de las que ya no funcionaban. No pudieron resistir ponerle a su negocio el nombre de *Re-cicleta.*

Serie de problemas D

Antes de comenzar su negocio, Evita y Tariq investigaron y reunieron estadísticas de otros que ya habían tenido éxito en este tipo de negocio. Decidieron construir un modelo matemático de cómo iría el proyecto de Re-cicleta en 5 años. El modelo requirió varias conjeturas:

- Necesitarían algunas herramientas. Evita estimó que el costo era de $600.
- Tariq predijo que podían reconstruir 12 bicicletas en el primer año. Pensó que después del primer año, tendrían una mejor idea de qué podían conseguir y dónde. Con mayor experiencia, cada año podrían reconstruir 10 bicicletas más que el año anterior.
- Tariq también predijo que podían vender 7 bicicletas el primer año, y que en cada año subsecuente podrían vender un 50% más de bicicletas que el año anterior.
- Necesitarían comprar algunas partes de bicicleta, ya que no podían estar seguros de que encontrarían versiones útiles de todo lo que necesitaban. Evita estimó que tendrían que gastar alrededor de $1,000 en partes en cada uno de los primeros dos años. Ella también pensó que, en cada año después de los dos primeros, tendrían que gastar $200 más en partes que el año anterior.
- Evita predijo que podían vender una bicicleta reconstruida por un precio promedio de $250 este año, y que para cada uno de los años siguientes el precio aumentaría. Tariq y Evita acordaron que un aumento anual de 10% sobre el precio del año anterior parecía razonable.

1. Calcula los costos esperados en que incurrirán Evita y Tariq cada año. (No se tienen que comprar las herramientas después del primer año.)

2. Calcula el número esperado de bicicletas que venderán cada año. Decide qué hacer cuando el modelo predice un número fraccionado de bicicletas y justifica tu decisión.

3. Ahora encuentra el número de bicicletas que los amigos construirán cada año. ¿Cuántas bicicletas extras tendrá Re-cicleta a la mano al final de cada año? (Recuerda incluir los remanentes del año anterior.)

4. Calcula el precio que se cobrará por bicicleta cada año.

5. Copia la tabla y complétala con la información de los Problemas 1 al 4 y calculando los valores para las últimas dos columnas. *Ingreso bruto* es simplemente la cantidad de dinero recibido. *Ganancia neta* es la cantidad de dinero que queda después de pagar todos los costos.

Año	Costos	Bicicletas vendidas	Precio por bicicleta	Ingreso bruto	Ganancia neta
1	$1,600	7	$250.00	$1,750.00	$150.00
2	1,000				
3					
4					
5					

6. ¿Cuál es la ganancia neta prevista para Re-cicleta durante el período de 5 años?

Comparte & resume

1. En el modelo de negocios para Re-cicleta, se tuvieron que hacer muchas conjeturas. Aún cuando no conoces las condiciones en su pueblo, ¿cuáles conjeturas les pedirías a Evita y Tariq que reconsideraran y por qué?

2. Evita y Tariq planificaron alguna publicidad para ayudar a vender sus bicicletas, ¡pero se olvidaron de considerar que la publicidad cuesta dinero!

   a. Revisa tu tabla añadiendo la conjetura de gastar $500 al año en publicidad. ¿Cuál es la ganancia neta para cada año?

   b. ¿Cuál es la nueva ganancia neta prevista durante el período de 5 años?

Investigación 4 Poblaciones modelo

Los científicos se interesan cada vez más en saber porqué algunas personas son zurdas, ya que los pacientes zurdos pueden recuperarse más rápido de algunas enfermedades que los pacientes diestros. También tienen menos probabilidad de desarrollar ciertos trastornos, tales como el cáncer de mama.

Las estimaciones varían, pero una de ellas indica que el 12.6% de los varones y el 9.9% de las mujeres son zurdos. Para facilitar las cosas en los problemas que siguen, supón que aproximadamente 10% de las mujeres y 13% de los varones son zurdos.

Algunas personas zurdas famosas fueron Julio César, Ludwig van Beethoven, H. G. Wells, Babe Ruth, Pablo Picasso y John F. Kennedy.

Piensa & comenta

- ¿Se puede deducir de las estimaciones que en un grupo de 100 mujeres, seleccionadas al azar, exactamente 10 serán zurdas? Explica.
- ¿Es posible que todas las 100 mujeres en un grupo de 100 seleccionado al azar serán zurdas?

Cuando imaginas un grupo ficticio de 100 mujeres y dices que 10 son zurdas, has creado una *población modelo* que se ajusta exactamente a los datos. Crear este modelo es útil con frecuencia para contestar preguntas complejas acerca de las características en la población real.

MATERIALES
papel cuadriculado
o transportador

Serie de problemas E

Una población imaginaria de 500 hombres y 500 mujeres puede usarse como modelo de la condición de ser zurdo o diestro.

1. Dibuja una gráfica del modelo (ya sea una gráfica de barras o una gráfica circular) que muestre visualmente el número de personas diestras y zurdas en el grupo.
2. ¿Cuántos adultos (hombres o mujeres) son zurdos en tu modelo? ¿Qué porcentaje representan de la población total?

La condición de ser zurdo parece ser genética: los adultos zurdos tienen mayor probabilidad de tener hijos zurdos. Un par de científicos concluyó en un estudio que si los dos padres eran diestros, tú tenías una probabilidad de 9.5% de ser zurdo. Tus probabilidades aumentan a 19.5% si uno de tus padres es zurdo y a 26.1% si *ambos* son zurdos.

Ha habido muchos mitos y supersticiones acerca de las personas zurdas. Los registros muestran que en el siglo XVI se quemaba a las personas en la hoguera solamente por ser zurdas.

Supón que cada uno de los 500 hombres en el modelo se casa con cada una de las 500 mujeres. Supón que el hecho de que el cónyuge potencial sea o no zurdo no es un factor para determinar quién se casa con quién. Es decir, supón que en cada pareja, las probabilidades de que el hombre sea zurdo es de 13% y de que la mujer sea zurda es de 10%.

3. ¿Cuántas de las parejas es probable que consistan en dos personas diestras? Explica cómo encontraste tu respuesta.

4. ¿Cuántas de las parejas es probable que consistan en dos personas zurdas? Explica cómo encontraste tu respuesta.

5. ¿Cuántas de las parejas es probable que consistan en una persona diestra y una persona zurda? Explica.

6. Supón que cada pareja tiene exactamente dos hijos.

a. Considera los hijos de las parejas en las que ambos padres son diestros. ¿Alrededor de cuántos de esos niños esperarías que fueran zurdos? Muestra cómo encontraste tu respuesta.

b. Ahora considera los hijos de las parejas en las que ambos padres son zurdos. ¿Cuántos de esos niños esperarías que fueran zurdos? Muestra cómo encontraste tu respuesta.

c. Finalmente, considera los hijos de las parejas en las que un padre es zurdo y el otro es diestro. ¿Cuántos de esos niños esperarías que fueran zurdos? Muestra cómo encontraste tu respuesta.

d. Las 500 parejas tienen un total de 1,000 hijos. ¿Cuántos de esos niños esperarías que fueran zurdos? ¿Qué porcentaje representan del total de niños?

7. Compara el porcentaje de adultos zurdos con el porcentaje de niños zurdos en este grupo. ¿Qué crees que esto pueda significar para la condición de ser zurdo en un futuro distante?

A veces, un modelo matemático puede ayudarnos a entender datos que son difíciles de creer o que parecen contradictorios. Una situación que parece ser contradictoria se conoce como una *paradoja.* En la Serie de problemas F, considerarás una paradoja y descubrirás por qué puede ser verdadera.

Serie de problemas F

Las hermanas gemelas menores de Evan, Hannah y Elana, asisten a una escuela primaria pequeña. Solamente hay dos grupos de quinto grado en la escuela; Hannah está en el Salón Verde y Elana está en el Salón Azul. Las gemelas le dijeron a Evan lo siguiente:

- La estatura promedio de los niños en el Salón Azul es mayor que la de los niños en el Salón Verde.
- La estatura promedio de las niñas en el Salón Azul es mayor que la de las niñas en el Salón Verde.
- ¡La estatura promedio combinada de todos los alumnos del Salón Azul es *menor* que la estatura promedio combinada de todos los alumnos en el Salón Verde!

Evan estaba escéptico. "Si la estatura *tanto* de los niños *como* de las niñas del Salón Azul es mayor que la sus compañeros del Salón Verde", razonó, "parecería que el Salón Azul debería tener, en general, estaturas mayores".

Las gemelas insistieron que ése no era el caso. Evan decidió tratar de crear una población modelo para la cual podría haber ocurrido esta extraña situación. Entonces por lo menos sabría que era posible.

Razonó que la paradoja no podría ocurrir a menos que los dos grupos tuvieran diferentes razones de niñas a niños. Para crear un ejemplo extremo, Evan distribuyó 30 niñas de forma muy desigual (27 en un salón, 3 en el otro) y 30 niños en la dirección opuesta.

Salón Verde

G G G G G G G
B G B G
G G G G G G
G G G G G
G G G B G G G

Salón Azul

B B B B B B B
B G B B
B B B B B B
B B B B B
G B B B B B

CONTENTS

Al ajustar las estaturas promedio de las niñas y los niños, Evan trató de ver si era posible igualar la situación en la escuela. Empezó por asignar promedios a los niños y a niñas en el Salón Verde. Luego necesitó crear un grupo para el Salón Azul que tuviera un promedio menor que el grupo del Salón Verde, aunque tanto los niños como las niñas tenían promedios mayores que los del Salón Verde.

A continuación están las tablas que empezó Evan. Trata de completar las tablas de forma que se ajusten a las condiciones del problema.

Salón Verde

	Niñas	Niños	Total
Alumnos	27	3	30
Estatura promedio (pulg)	56	54	

Salón Azul

	Niñas	Niños	Total
Alumnos	3	27	30
Estatura promedio (pulg)			

Comparte & resume

En la Serie de problemas E, usaste un modelo para predecir cómo podría cambiar el porcentaje de zurdos de una generación a la siguiente.

1. Considera hacer la predicción sobre este cambio trabajando con los porcentajes, en lugar de con la población modelo. ¿Qué ventaja tiene trabajar con el modelo?
2. Cuando trabajaste con el modelo, se te pidió que hicieras algunas conjeturas.
   - **a.** Enumera las conjeturas. Decide si cada conjetura es razonable para una población real, tal como la de los Estados Unidos.
   - **b.** ¿Cómo crees que podría cambiar tu predicción si las conjeturas que enumeraste no son ciertas?
3. **Reto** Piensa en la paradoja de la Serie de problemas F. ¿Puedes ver la clave de esta paradoja? Es decir, ¿puedes ver por qué suena imposible pero en realidad no lo es?

Ejercicios por tu cuenta

Practica & aplica

1. Ciencia física La tabla muestra la distancia que un carro de juguete viajó desde el punto de inicio en varios tiempos. El carro se mueve en línea recta.

Tiempo (s)	Distancia (pies)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8
5	11
6	16
7	23
8	32
9	43

a. Haz una gráfica de los datos.

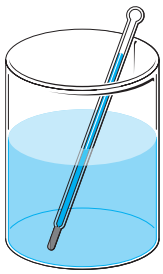
b. Describe el movimiento del carro.

c. ¿Cuándo es el punto de quiebra? Es decir, ¿en qué tiempo cambia el movimiento del carro?

d. Escribe una ecuación para la distancia d que el carro ha recorrido, en pies, del tiempo $t = 0$ segundos al punto de quiebra.

e. ¿El movimiento después del punto de quiebra parece ser cuadrático o exponencial? Explica.

f. Usa una calculadora graficadora para encontrar una ecuación para la distancia d que ha recorrido el carro para los tiempos después del punto de quiebra.



2. Ciencia física Crystal escuchó una vez que los líquidos se enfrían más rápido cuando están más calientes. Un amigo le dijo que eso significaba que se debe usar agua caliente (no fría) para hacer cubos de hielo rápidamente. Esto no tuvo mucho sentido para Crystal, así que decidió conducir un experimento para ver cómo es que se enfría el agua caliente.

Ella hirvió el agua y puso un termómetro en el líquido. Cuando el mercurio dejó de subir, anotó la temperatura y luego puso el agua en su congelador. Cada dos minutos revisó la temperatura, anotando sus resultados en una tabla.

Tiempo (min)	Temp (°C)
0	120
2	97
4	79
6	64
8	52
10	42
12	34
14	27
16	22
18	18
20	15

a. Grafica los datos de su tabla.

b. ¿Qué tipo de relación parece haber entre estas variables?

c. Considera el tiempo que tardaría el agua si estuviera a 50°C para enfriarse hasta 15°C en el congelador de Crystal. Luego considera el tiempo que tardaría el agua a 100°C en enfriarse hasta 15°C. ¿Crees que su amigo estaba en lo correcto, que debía usar agua caliente para hacer cubos de hielo? Si no es así, ¿qué significa decir que el agua caliente se enfría más rápido? Apoya tu respuesta.

d. Usa una calculadora graficadora para encontrar una ecuación que relacione la temperatura del agua T al tiempo t después de que Crystal puso el agua en el congelador.

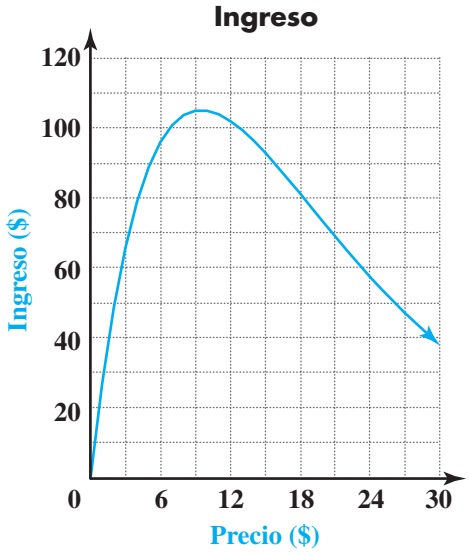
3. Economía David diseña y hace estuches para joyas que vende en las ferias de artesanía. En una feria especial de una semana, introdujo un nuevo diseño. A cada estuche le dio un precio de $30, pero no fueron tan populares como él había esperado: no vendió ni una sola durante el primer día. Al día siguiente bajó el precio a $20 y vendió 10 estuches. Pensó que le iría mejor si reducía el precio a $10; vendió 20 por este precio.

a. Encuentra el *ingreso* (la cantidad de dinero que recibió) de David por los estuches en cada uno de los tres primeros días de la feria.

b. Supón que el número de estuches vendidos se relaciona a su precio en una relación lineal. El ingreso entonces es el precio p multiplicado por una expresión lineal que incluya el precio, tal como $a - bp$. ¿Qué tipo de relación hay entre el precio y el ingreso?

c. Supón que David quiere ganar el mayor dinero posible y que tiene suficientes estuches para satisfacer cualquier demanda que haya para comprarlos. ¿Qué precio debe intentar para el resto de la feria? Explica tu respuesta. (Ayuda: Considera la simetría en las gráficas del tipo de relación que contestaste en la Parte b y usa los ingresos de los primeros tres días.)

4. Economía Aysha hace adornos de vidrio soplado. Encontró que, para un estilo de adorno, la cantidad de dinero que recibía al venderlo dependía del precio que pedía. Creó esta gráfica para estimar su ingreso (dinero recibido) en un sólo día para cualquier precio.



a. ¿Aproximadamente qué precio da el mayor ingreso en un sólo día? ¿Cuál es el ingreso correspondiente?

b. ¿Qué precio o precios darían un ingreso de alrededor de $89?

c. Aysha considera algo más que la cantidad de dinero que recibe cuando pone precio a sus adornos. También considera el costo de crear cada adorno, tanto en el tiempo que tarda como en el costo de los materiales.

Si Aysha tuviera que escoger entre los dos precios que encontraste en la Parte b, ¿cuál debe escoger? Explica por qué.

5. Supón que Evita y Tariq fueron demasiado optimistas acerca del costo de las partes para su negocio Re-cicleta en la Serie de problemas D. Supón que en realidad tendrán que gastar $2,000 el primer año, y en cada año subsecuente gastarán $400 más que el año anterior. Si incluyes $500 al año para publicidad, ¿cuál es la nueva ganancia cada año? ¿Durante los 5 años?

6. Considera el negocio Re-cicleta de Evita y Tariq en la Serie de problemas D. Haz cambios apropiados en sus conjeturas de manera que el negocio tenga ganancias netas negativas durante el período de 5 años. Defiende cada uno de tus cambios, explicando por qué son razonables.

7. **Ciencia biológica** Las pruebas médicas a veces dan resultados incorrectos. Supón que una enfermedad ocurre en el 4% de la población y que un examen para detectar esta enfermedad diagnostica mal a una persona saludable el 5% de las veces y a una persona enferma el 10% de las veces.

a. Supón que tomas la prueba y el resultado es positivo, lo cual sugiere que tienes la enfermedad. ¿Cuál estimas que es la probabilidad de que verdaderamente la tengas?

Ahora considera una población modelo de 1,000 personas, con un 4% de esta población afligida por la enfermedad.

b. ¿Cuántas personas en el modelo tienen la enfermedad? ¿Cuántas de estas personas se espera que la prueba informe que *no* tengan la enfermedad, es decir, cuántas se espera que se detecten incorrectamente como negativos?

c. ¿Cuántas personas en el modelo no tienen la enfermedad? ¿Cuántas de estas personas se esperará que la prueba informe incorrectamente como positivos?

d. Copia y completa la tabla usando tus resultados de las Partes b y c.

	Población	**Prueba positiva**	**Prueba negativa**
Tiene la enfermedad			
No tiene la enfermedad			
Total	1,000		

e. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que resulta positiva en la prueba en verdad tenga la enfermedad?

f. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que resulte negativa en la prueba no tenga la enfermedad?

Conecta & amplía

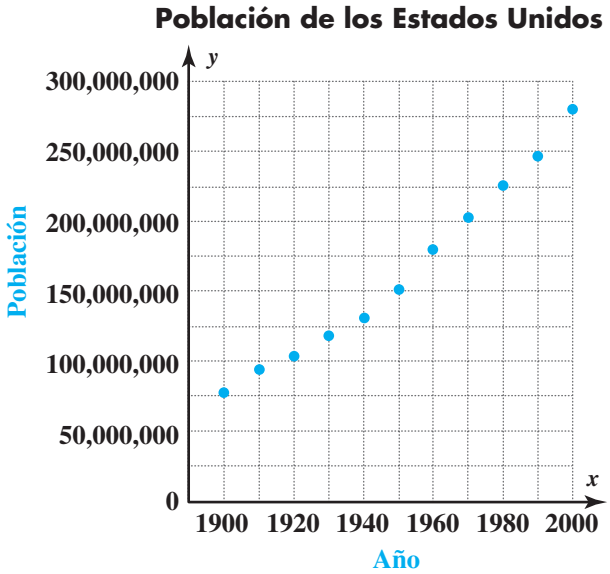
8. Estudios sociales La tabla da los datos de población para los Estados Unidos desde 1900 hasta 2000.

Población de los Estados Unidos

Año	Población
1900	76,212,168
1910	92,228,496
1920	106,021,537
1930	123,202,624
1940	132,164,569
1950	151,325,798
1960	179,323,175
1970	203,302,031
1980	226,542,203
1990	248,709,873
2000	281,421,906

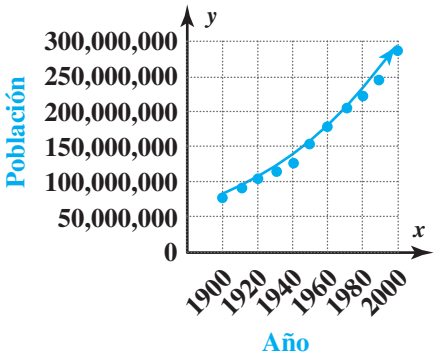
Fuente: *World Almanac and Book of Facts 1999.* Derechos de impresión © 2003 World Almanac Education Group, Inc.

a. Aquí tienes una gráfica para estos datos. ¿Qué tipo de relación (por ejemplo, lineal, cuadrática o exponencial) crees que describa mejor estos datos?

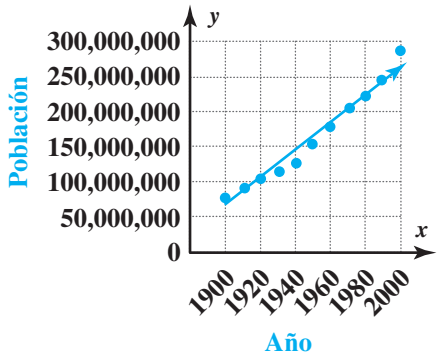


b. La gráfica se repite dos veces abajo. En una se incluye una curva exponencial de aproximadamente $y = 0.0022(1.0129^x)$. En la otra se incluye una línea de aproximadamente $y = 2{,}019{,}000x - 3{,}772{,}000{,}000$. Identifica cuál es la línea y cuál es la curva exponencial.

i.



ii.



c. ¿Cuál de las dos ecuaciones parece ajustarse mejor a los datos? ¿Esto coincide con tu respuesta a la Parte a?

d. Usa la ecuación que se ajusta mejor para estimar la población de los Estados Unidos en los años 1890 y 2010.

e. La población real de los Estados Unidos en 1890 era de 62,979,766. ¿Cómo se compara esto con tu estimación en la Parte d?

9. Reto Para las Partes a, b y c, escoge la gráfica a continuación que creas se ajusta mejor a los datos.

a. tasa de combustión de telas ligeras a pesadas

Densidad de la tela (g/m2)	50	100	150	200	250	300	350	400
Rapidez de la combustión (cm/s)	15.4	7.9	5.2	3.9	3.1	2.6		2.0

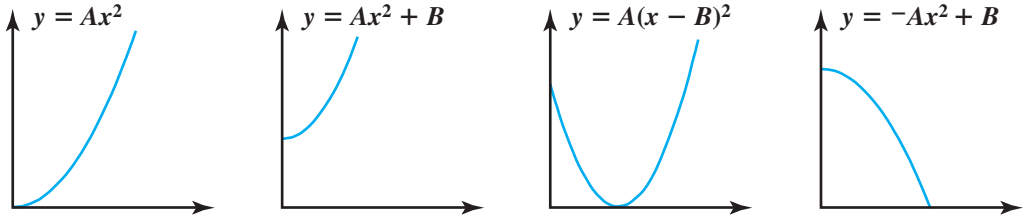
b. frenado de un automóvil sobre concreto seco

Rapidez del automóvil (mph)	20	25	30	35	40	50	60	70
Distancia de frenado (pies)	16	25	36		64	100	144	196

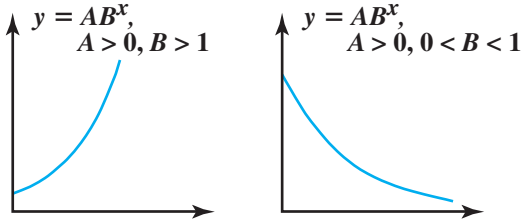
c. ángulo de un polígono regular

Lados del polígono	3	4	5	10	15	20	25	30
Ángulo interior (grados)	60	90	108	144	156	162		

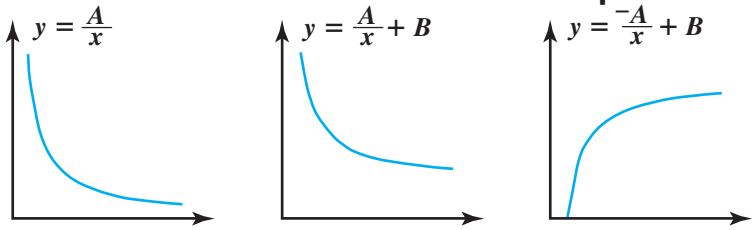
Funciones cuadráticas



Funciones exponenciales



Funciones recíprocas

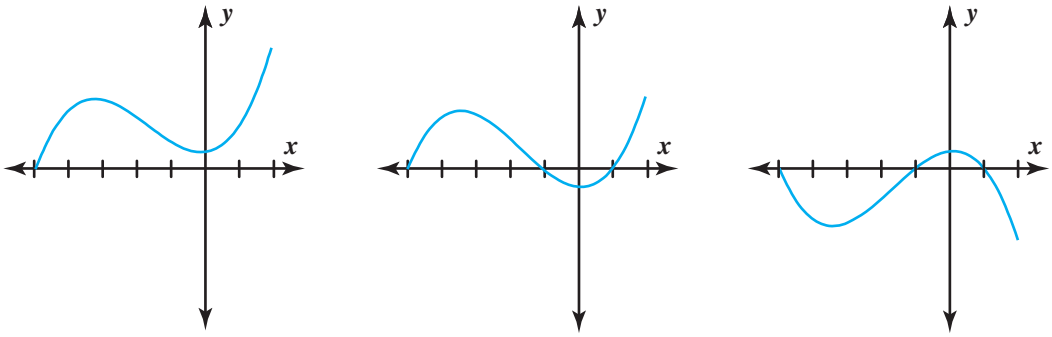


d. Escoge *una* de las tablas anteriores. Usa la ecuación general dada con la gráfica para ayudarte a encontrar la ecuación específica que relaciona las dos variables.

e. Usa tu ecuación para encontrar el valor que falta en la tabla que escogiste.

10. Economía El gerente de una pequeña compañía de comida rápida estaba revisando las ganancias del restaurante. La compañía ha operado durante 5 años solamente. El primer año no tuvo ganancias, pero desde entonces las ganancias han sido positivas cada año. Las ganancias habían aumentado en un principio y luego disminuyeron un poco cuando la compañía se preparaba para una expansión. Las ventas actuales de este año sugieren que las ganancias para ese año serán de $5,000 solamente. Sin embargo, el gerente proyectó un gran aumento en las ganancias, prediciendo que las ganancias de la compañía alcanzarán $35,000 en 2 años.

a. Suponiendo que el año en curso es el Año 0, ¿cuál de estas gráficas representa mejor la información anterior?



Gráfica A Gráfica B Gráfica C

b. Relaciona cada función con una gráfica de la Parte a.

i. $P(x) = 1{,}000(x + 5)(1 - x^2)$

ii. $P(x) = 1{,}000(x + 5)(x^2 + 1)$

iii. $P(x) = 1{,}000(x + 5)(x^2 - 1)$

c. Usa la función que coincide con la gráfica que escogiste en la Parte a para revisar que la ganancia del año en curso (es decir, el Año 0) es de $5,000. Calcula la ganancia de hace 4 años y la ganancia en dos años.

d. Escoge una de las otras funciones y supón que es la función de las ganancias para la compañía rival de comida rápida. Escribe un párrafo como el que aparece al inicio de este ejercicio, describiendo las ganancias de la compañía durante los últimos 5 años y las predicciones para los siguientes años. ¡Usa tu imaginación para incluir algunas razones de los cambios!

En tus propias palabras

¿En qué maneras pueden ser útiles los modelos matemáticos para comenzar un negocio? ¿Qué consejos darías acerca del uso de tales modelos?

Para las situaciones que se describen en los Ejercicios 11 al 14, responde las Partes a, b, c y d.

a. ¿Qué cantidades variables están relacionadas en la situación?

b. ¿Qué conjeturas se hicieron acerca de cómo variaron las cantidades?

c. ¿Qué tipo de función (lineal, cuadrática, exponencial o recíproca) modelaría mejor la situación si las conjeturas fueran correctas?

d. ¿Crees que las conjeturas son razonables en el contexto? ¿Por qué?

11. Héctor puede correr 100 metros en 12 segundos, así que le tomará alrededor de 2 minutos correr 1 kilómetro.

12. Lydia y su hermano van al cine cada semana y juntos gastan $15 para entrar. Si su hermana quisiera ir con ellos, les costaría $22.50 entrar.

13. Una pizza de 8 pulgadas de diámetro es suficiente para alimentar a un alumno, así que una pizza de 16 pulgadas debe alimentar a cuatro alumnos.

14. La abuela de Ben puso $1,000 en una cuenta de ahorros. A finales del año, la cantidad había aumentado a $1,050, así que para el final del segundo año habrá aumentado a $1,100.

15. Ciencia biológica Una prueba para detectar una condición médica común tiene resultados falso-positivos de 30% (esto significa que 30% de las personas saludables se reportan incorrectamente como enfermas) y resultados falso-negativos de 10% (10% de las personas que tienen la enfermedad se reportan incorrectamente como saludables). La enfermedad está presente en cerca del 10% de la población.

a. Crea una muestra de población que represente los resultados de hacer la prueba para detectar la enfermedad y muestra los resultados en una tabla como la que aparece a continuación.

	Población	Resultado positivo	Resultado negativo
No tiene la enfermedad			
Tiene la enfermedad			
Total			

b. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que resulta negativa no tenga la enfermedad?

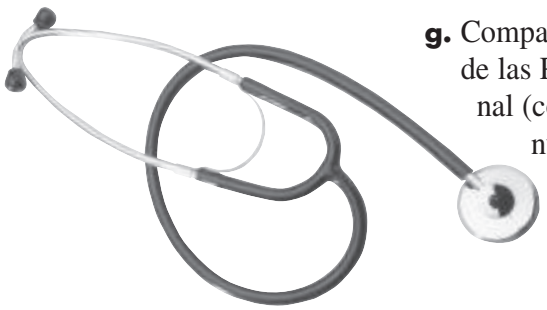
c. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que resulta positiva en realidad tenga la enfermedad?

Se ha creado una nueva prueba para diagnosticar la enfermedad. Quienes la diseñaron encontraron que la nueva prueba da resultados falso-positivos el 10% de las veces y falso-negativos el 30% de las veces.

d. Usa el tamaño de población de la Parte a para crear una tabla que muestre los resultados de diagnosticar la enfermedad usando la nueva prueba.

e. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que resulta negativa con la nueva prueba no tenga la enfermedad?

f. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que resulta positiva con la nueva prueba en realidad tenga la enfermedad?



g. Compara tus respuestas de las Partes b y e y compara tus respuestas de las Partes c y f. ¿Cuál prueba crees que es mejor, la prueba original (con un porcentaje relativamente alto de falsos positivos) o la nueva prueba (con un alto porcentaje de falsos negativos)? Explica.

Repaso mixto

Desarrolla cada expresión.

16. $\frac{4}{7}\left(\frac{1}{2}t + 12\right)$

17. $x(4 - 13x)$

18. $0.2(72v - 3)$

Encuentra el valor de n en cada ecuación.

19. $3.582 \times 10^n = 3{,}582{,}000$

20. $n \times 10^7 = 34{,}001$

21. $82.882 \times 10^3 = n$

22. $28.1 \times \frac{1}{10^3} = n$

23. Grafica esta desigualdad en la recta numérica y da tres valores que la satisfagan.

$$^-3 \leq y < 7$$

24. ¿En cuántas maneras pueden reordenarse las letras de la palabra inglesa en esta señal?

Encuentra una ecuación para cada una de las líneas que se describen.

25. pasa por el punto $(3, ^-14)$ y paralela a la línea $y = 16x - 2$

26. pasa por los puntos $(^-8, 9)$ y $(^-1, 3)$

27. con pendiente 0 y pasa por el punto $(2, 0.5)$

28. Tecnología Las computadoras usan un sistema numérico *binario*, es decir, un sistema que sólo utiliza los dígitos 0 y 1. Cada dígito (0 ó 1) se llama *bit*.

Las computadoras traducen todo—incluyendo letras—en series de 0 y 1. Al usar solamente un bit, hay dos series posibles: 0 y 1. Al usar dos bits, hay cuatro series posibles: 00, 01, 10 y 11. Dado que usan números binarios, las potencias de 2 aparecen en muchas formas cuando analizas la forma en que trabajan las computadoras.

a. Para ser capaz de distinguir 26 letras minúsculas y 26 letras mayúsculas, una computadora necesita por lo menos 52 series diferentes. ¿Cuál es el número mínimo de bits que dará por lo menos 52 series? ¿Cuántas series darán esos bits?

b. En la realidad, una sola letra o símbolo, llamada *caracter*, se identifica usando un *byte*, que equivale a 8 bits. (Nota que 8 es una potencia de 2.) ¿Cuántos caracteres diferentes pueden identificarse al usar un solo byte?

c. Un *kilobyte* no es igual a 1,000 bytes, como podrías pensar. En realidad es igual a 1,024 bytes, porque 1,024 es una potencia de 2. ¿Qué potencia de 2 es 1,024?

d. ¿Cuántos *bits* (no bytes) hay en 1 kilobyte? Expresa tu respuesta como una potencia de 2.

Capítulo 10 Repaso autoevaluación

Resumen del capítulo

En este capítulo, trabajaste con varios tipos de representaciones visuales para organizar y analizar datos. Reorganizaste tablas para facilitar la observación de tendencias en las variables. En algunos casos, hiciste cálculos usando los datos dados para producir los datos que en realidad necesitabas.

También trabajaste con modelos de diferentes tipos. Ajustaste curvas a los datos, usando la forma de los puntos o conjeturas acerca de la situación para seleccionar el tipo de curva a utilizar. Sin embargo, algunas veces no fue útil usar una ecuación algebraica, así que utilizaste tablas y *poblaciones modelo* para analizar las situaciones y predecir los resultados.

MATERIALES
calculadora graficadora

Estrategias y aplicaciones

Las preguntas en esta sección te ayudarán a revisar y aplicar las ideas y estrategias importantes que desarrollaste en este capítulo.

Analiza datos presentados en tablas

La tabla en la página 653 muestra estadísticas de 2003 para los equipos de béisbol de Ligas Mayores: número total de carreras, porcentaje de juegos ganados y promedio de carreras ingresadas. El promedio de carreras ingresadas (PCI) da el número promedio de carreras que los equipos *rivales* ganaron por entrada. Todos los equipos jugaron aproximadamente el mismo número de partidos.

1. Evita y Marcus comentaban acerca de qué liga tenía mejores equipos, la Liga Americana o la Liga Nacional.

a. Usa la tabla para comparar el número de carreras que anotó cada equipo durante el año. Basándote solamente en esta estadística, ¿qué liga pensarías que tiene mejores equipos? Apoya tu respuesta.

b. ¿Cómo podrías reorganizar la tabla para facilitar la respuesta a la Parte a?

2. Evita y Marcus quieren comparar los equipos en cada región en vez de en cada liga. ¿Cómo podrías reorganizar la tabla para facilitar esta operación?

Estadísticas para las Ligas mayores de béisbol en 2003

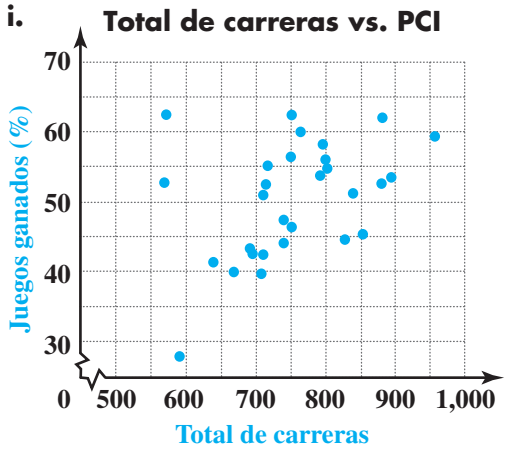
Equipo	Total de carreras	Juegos ganados (%)	PCI	Liga	Región
Los Angeles	574	52.5	3.16	Nacional	Oeste
Detroit	591	26.5	5.30	Americana	Central
New York Mets	642	41.0	4.48	Nacional	Este
San Diego	678	39.5	4.87	Nacional	Oeste
Cincinnati	694	42.6	5.09	Nacional	Central
Cleveland	699	42.0	4.21	Americana	Central
Montreal	711	51.2	4.01	Nacional	Este
Milwaukee	714	42.0	5.02	Nacional	Central
Tampa Bay	715	38.9	4.93	Americana	Este
Arizona	717	51.9	3.84	Nacional	Oeste
Chicago Cubs	724	54.3	3.83	Nacional	Central
Anaheim	736	47.5	4.28	Americana	Oeste
Baltimore	743	43.6	4.76	Americana	Este
Florida	751	56.2	4.04	Nacional	Este
Pittsburgh	753	46.3	4.64	Nacional	Central
San Francisco	755	62.1	3.73	Nacional	Oeste
Oakland	768	59.3	3.63	Americana	Oeste
Philadelphia	791	53.1	4.04	Nacional	Este
Chicago White Sox	791	53.1	4.17	American	Central
Seattle	795	57.4	3.76	Americana	Oeste
Minnesota	801	55.6	4.41	Americana	Central
Houston	805	53.7	3.86	Nacional	Central
Texas	826	43.8	5.67	Americana	Oeste
Kansas City	836	51.2	5.05	Americana	Central
Colorado	853	45.7	5.20	Nacional	Oeste
St.Louis	876	52.5	4.60	Nacional	Central
New York Yankees	877	62.0	4.02	Americana	Este
Toronto	894	53.1	4.69	Americana	Este
Atlanta	907	62.3	4.10	Nacional	Este
Boston	961	58.6	4.48	Americana	Este

Fuente: MLB.com

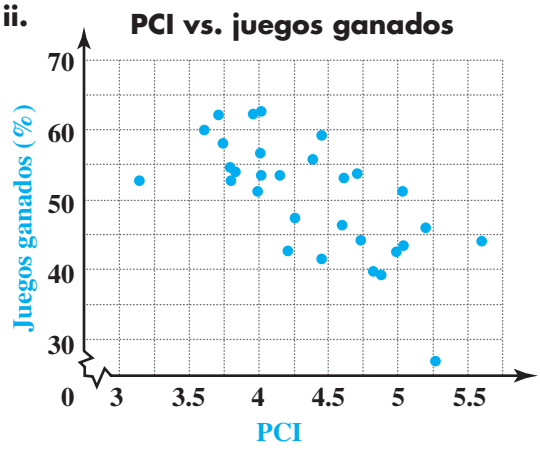
Usa representaciones visuales para identificar tendencias

3. Las estadísticas de béisbol de la página 653 se graficaron a continuación.

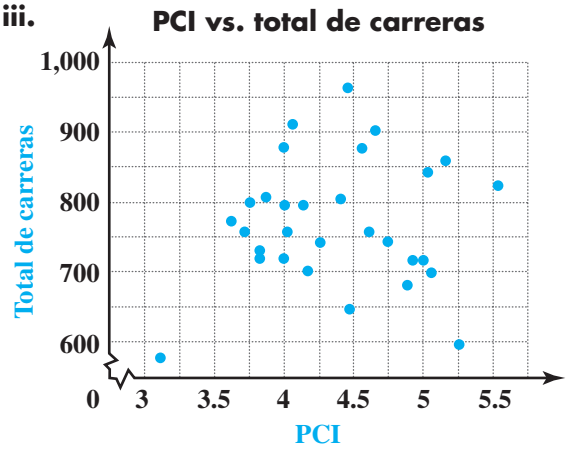
i.



ii.



iii.



a. ¿Qué gráfica o gráficas crees que muestren alguna conexión entre las variables dadas, incluso una conexión débil? ¿Cuál crees que no muestra ninguna conexión? Explica.

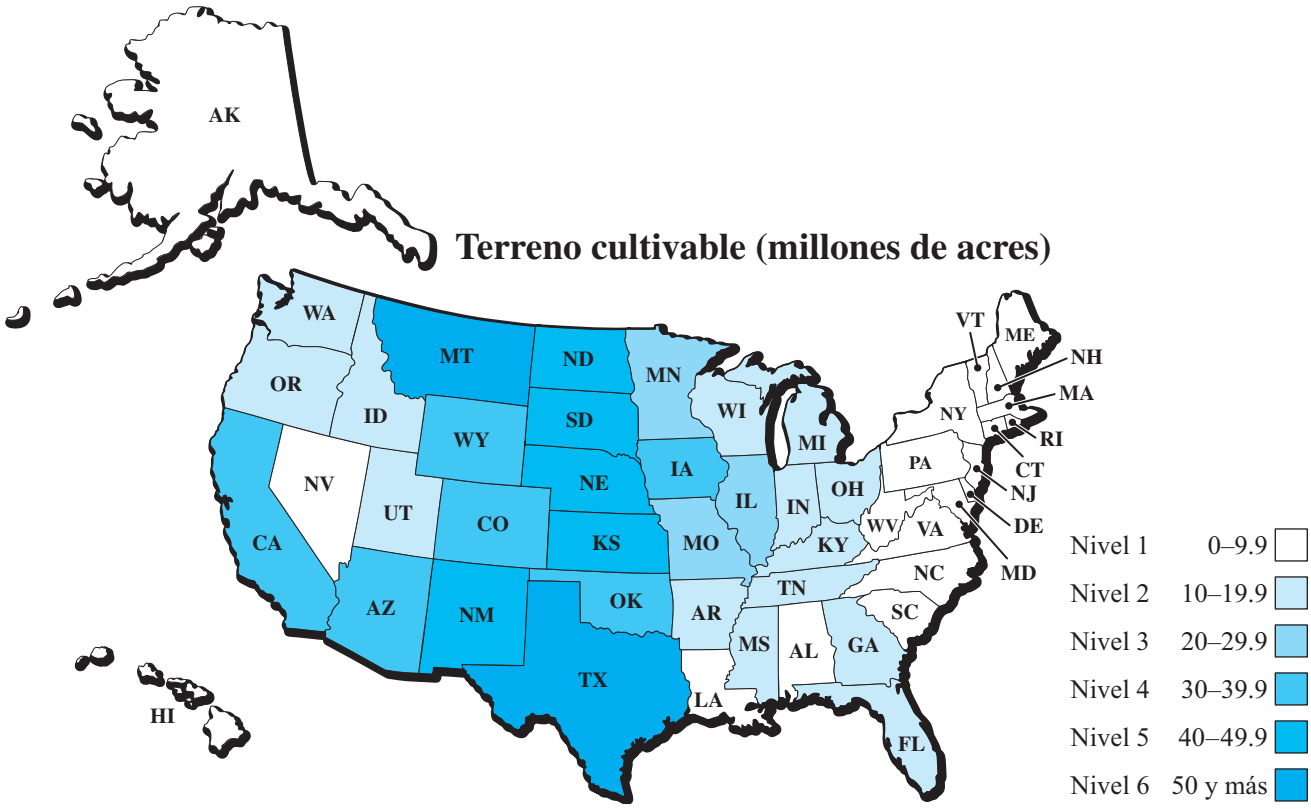
b. ¿Cuál gráfica crees que muestra la conexión más fuerte entre las variables?

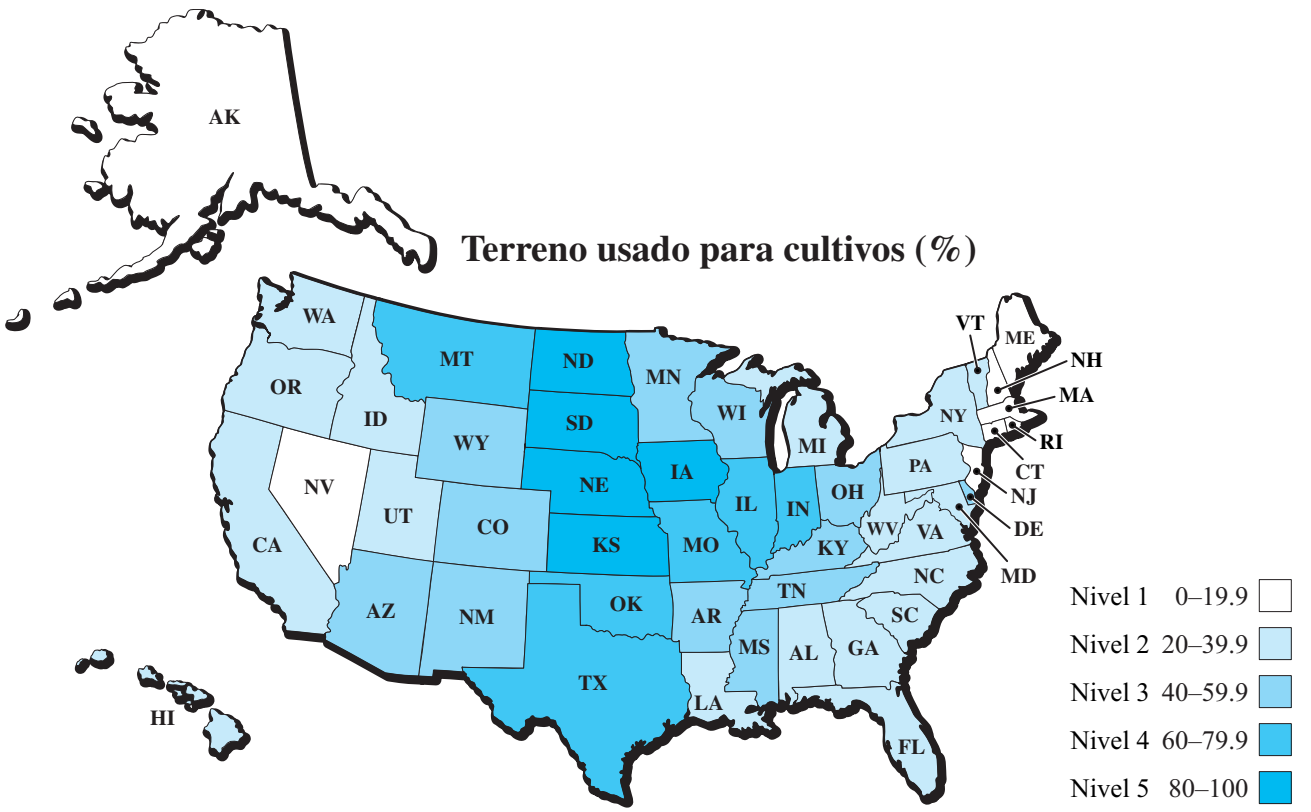
4. En la página opuesta aparecen dos mapas de los Estados Unidos.

a. Describe el patrón del primer mapa, que categoriza los estados según la cantidad de terreno cultivable, en millones de acres. Usando este mapa, ¿cuáles estados crees que sean los más importantes estados agrícolas?

b. Describe el patrón del segundo mapa, que categoriza los estados según la porción de terreno que se usa para cultivos. Usando este mapa, ¿qué estados crees que sean los más importantes estados agrícolas?

c. ¿Qué mapa crees que da una mejor idea de la importancia que tiene la agricultura para cada estado? Explica.


Terreno cultivable (millones de acres)
AK
HI
WA
OR
CA
ID
NV
MT
WY
UT
AZ
CO
NM
ND
SD
NE
KS
OK
TX
MN
IA
MO
AR
LA
WI
IL
MS
MI
IN
KY
TN
AL
OH
WV
GA
FL
SC
NC
VA
PA
NY
VT
ME
NH
MA
RI
CT
NJ
DE
MD
Nivel 1 0–9.9
Nivel 2 10–19.9
Nivel 3 20–29.9
Nivel 4 30–39.9
Nivel 5 40–49.9
Nivel 6 50 y más


Terreno usado para cultivos (%)
AK
HI
WA
OR
CA
ID
NV
MT
WY
UT
AZ
CO
NM
ND
SD
NE
KS
OK
TX
MN
IA
MO
AR
LA
WI
IL
MS
MI
IN
KY
TN
AL
OH
WV
GA
FL
SC
NC
VA
PA
NY
VT
ME
NH
MA
RI
CT
NJ
DE
MD
Nivel 1 0–19.9
Nivel 2 20–39.9
Nivel 3 40–59.9
Nivel 4 60–79.9
Nivel 5 80–100

Crea y usa modelos

5. ¿Alguna vez te han "estallado" los oídos cuando has cambiado de elevación, quizá al subir o bajar una montaña en auto o al aterrizar o despegar en un avión? El sonido lo causa los cambios en la *presión atmosférica*. Al aumentar tu altitud o elevación, la presión que el aire provoca en tus oídos disminuye.

Un *barómetro* es un instrumento que mide la presión atmosférica. El mercurio en el barómetro se eleva o disminuye según la presión atmosférica. La tabla muestra el promedio de la lectura de presión atmosférica en un barómetro, en pulgadas de mercurio, en varias altitudes.

Altitud (pies)	Promedio de presión atmosférica (pulg de mercurio)
0 (nivel del mar)	29.92
5,000	24.90
10,000	20.58
20,000	13.76
30,000	8.90
40,000	5.56
50,000	3.44
60,000	2.14
70,000	1.32
80,000	0.82
90,000	0.51
100,000	0.33

Fuente: *New York Public Library Science Desk Reference*. New York: Macmillan, 1995.

a. Grafica los datos (*altitud, promedio de presión atmosférica*) en tu calculadora. ¿Qué tipo de relación parece existir entre las dos variables?

b. Usa tu calculadora para encontrar una ecuación que modele la relación entre estas dos variables.

c. La montaña más alta en Estados Unidos es el monte McKinley en Alaska, de 20,320 pies. Usa tu modelo para estimar el promedio de presión atmosférica en la cima del Monte McKinley.

d. La mayor altitud alcanzada por un avión en vuelo horizontal fue de 85,068.997 pies, lograda por el capitán de la Fuerza Aérea de los EE.UU. Robert C. Helt, el 28 de julio de 1976. La mayor altitud jamás alcanzada por un avión fue de 123,523.58 pies, lograda por Alexander Fedotov de la Unión Soviética el 31 de agosto de 1977. Usa tu modelo para estimar los promedios de presión atmosférica en estas dos altitudes.

6. Hernando, un contador, está revisando los impuestos de la Corporación Algora. La compañía posee acciones en otras tres compañías, lo cual le da a Algora los siguientes porcentajes de propiedad en cada una.

Compañía	Porcentaje de propiedad
Binomi	20%
La Compañía de Co-eficiencia	40%
Diagon Inc.	30%

Al examinar estas otras compañías, Hernando encontró ¡que cada una posee acciones en Algora! Binomi posee 15%, Co-eficiencia posee 25% y Diagon posee 10% de Algora.

a. Crea un modelo suponiendo que hay 1,000 acciones, o piezas de igual tamaño, en la Corporación Algora. Binomi posee el 15%, es decir, 150 acciones. ¿Cuántas acciones de Algora del total de 1,000 posee Co-eficiencia? ¿Y Diagon?

b. Ya que Algora posee el 20% de Binomi, podrías considerar que 20% de las 150 acciones de Algora que tiene Binomi le pertenecen a Algora *a través de* Binomi. Es decir, Algora posee 30 acciones a través de Binomi. Encuentra el número de acciones que Algora posee a través de Co-eficiencia y a través de Diagon.

c. Las otras tres compañías juntas poseen el 50% de Algora. Supón que la propia Algora todavía posee el 50% restante de las 1,000 acciones. ¿Cuántas acciones posee Algora en total, incluyendo las acciones que posee a través de otras compañías?

d. ¿Qué porcentaje de Algora le pertenece a la propia compañía?

Demuestra tus destrezas

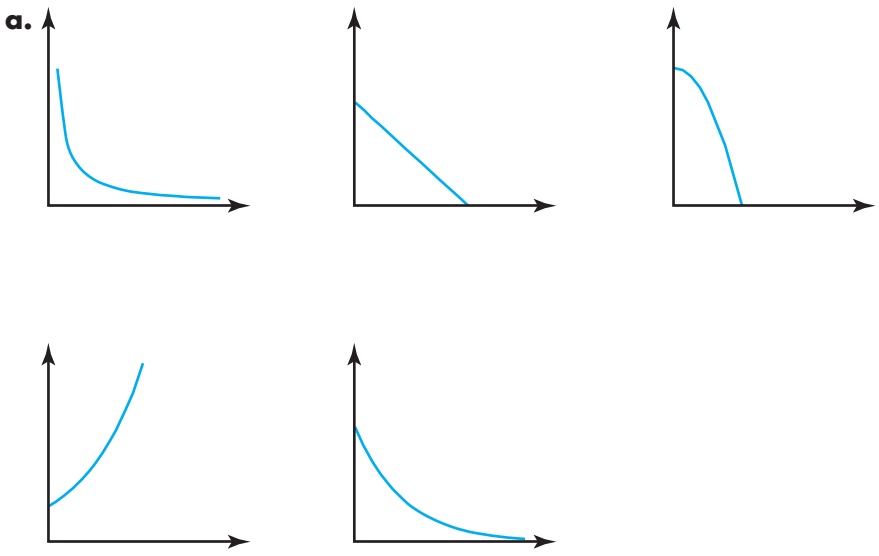
7. La tabla enumera el salario federal mínimo por hora desde 1978 hasta 2003. Supón que una persona trabaja 40 horas cada semana con un salario mínimo, durante 50 semanas cada año. Crea una nueva tabla que muestre el ingreso (anual) de la persona para cada tasa.

Salario federal mínimo por hora, 1978–2003

Fecha vigente	Salario mínimo
Ene 1, 1978	$2.65
Ene 1, 1979	2.90
Ene 1, 1980	3.10
Ene 1, 1981	3.35
Abr 1, 1990	3.80
Abr 1, 1991	4.25
Oct 1, 1996	4.75
Sep 1, 1997	5.15

8. Relaciona cada gráfica con el tipo de relación (lineal, cuadrática, crecimiento exponencial, desintegración exponencial o variación inversa) que mejor la describe. Usa cada tipo de relación solamente una vez.

a.



CONTENTS